

Perímetro de uma circunferência

João Nuno Tavares, Ângela Geraldo

CMUP/ Universidade do Porto

CITAÇÃO

Tavares, J. N., Geraldo, A. (2014)
 Perímetro de uma circunferência,
Rev. Ciência Elem., V2(03):324.
doi.org/10.24927/rce2014.324

EDITOR

José Ferreira Gomes,
 Universidade do Porto

RECEBIDO EM

15 de maio de 2012

ACEITE EM

18 de maio de 2012

PUBLICADO EM

30 de setembro de 2014

COPYRIGHT

© Casa das Ciências 2014.
 Este artigo é de acesso livre,
 distribuído sob licença Creative
 Commons com a designação
[CC-BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/), que permite
 a utilização e a partilha para fins
 não comerciais, desde que citado
 o autor e a fonte original do artigo.

rce.casadasciencias.org



O perímetro de uma circunferência C de raio r é igual a $2\pi r$

O perímetro de uma circunferência C de raio r, pode ser calculado como limite dos perímetros de duas sequências de polígonos regulares, a primeira com polígonos regulares inscritos em C e a segunda com polígonos regulares circunscritos a C, à medida que o número de lados n aumenta para ∞ , como mostra o applet.

Seja p_n o perímetro de um polígono regular com n lados, cada um com comprimento a_n , inscrito em C, e P_n o perímetro de um polígono regular com n lados, cada um com comprimento b_n , circunscrito a C. Portanto, $p_n = n a_n$ e $P_n = n b_n$.

As figuras (ilustram o caso $n = 7$) permitem deduzir facilmente que $a_n = 2r \sin \frac{\pi}{n}$ e que $b_n = 2R_n \sin \frac{\pi}{n}$, onde $R_n = CA'$ é o raio do polígono circunscrito, atendendo a que o triângulo ACE é retângulo

É claro que

- $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = r$
- a sucessão de perímetros (p_n) é crescente
- a sucessão de perímetros (P_n) é decrescente
- $p_n \leq P_n$

Assim ambos os limites $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ existam e são iguais:

$$\text{perímetro da circunferência } C = \lim_{n \rightarrow \infty} p_n = \lim_{n \rightarrow \infty} P_n$$

De facto, usando o limite conhecido $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$, podemos provar que os limites acima referidos são ambos iguais a $2\pi r$, como seria de esperar.

