Probabilidade condicional

Maria Eugénia Graça Martins
Professora aposentada do Departamento de Estatística
e Inv. Operacional/ Universidade de Lisboa
memartins@fc.ul.pt

CITAÇÃO
Martins, MEG (2017)
Probabilidade condicional,
Rev. Ciência Elem., V5(03):034.
doi.org/10.24927/rce2017.034

EDITOR
José Ferreira Gomes,
Universidade do Porto

RECEBIDO EM
20 de abril de 2017

ACEITE EM
1 de setembro de 2017

PUBLICADO EM
30 de setembro de 2017

rce.casadasciencias.org

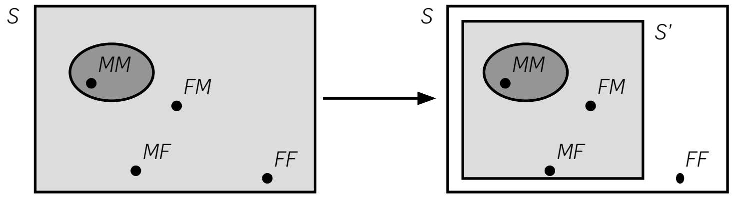
A probabilidade condicional é um dos conceitos mais importantes da Teoria da Probabilidade e está relacionado com o facto de em muitas situações em que se pretende calcular a probabilidade de um acontecimento, já se dispor de alguma ***informação*** **sobre o resultado da experiência que conduz à realização do acontecimento, a qual permite atualizar a atribuição de probabilidade a esse acontecimento.**

Considere-se um espaço de resultados S e uma probabilidade P nesse espaço. Dados dois acontecimentos A e B, com $P(B) > 0$, define-se **probabilidade condicional** de A se B (ou dado B, ou sabendo B, ou condicional à ocorrência de B), e representa-se por $P(A \mid B)$, como sendo

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Mais concretamente, ao falarmos na probabilidade condicional, nomeadamente probabilidade do acontecimento A dado B, estamos a restringir o espaço de resultados em que estamos a trabalhar ao definido pelo acontecimento B. Assim, a probabilidade de A em B é calculada dividindo a probabilidade da interseção de A com B, pela probabilidade de B.

Por exemplo, se considerarmos uma família com dois filhos, admitindo que existe igual probabilidade de ser rapaz (M) ou rapariga (F), o espaço de resultados associado ao fenómeno que consiste em averiguar o sexo dos dois filhos é $S = \{MM, MF, FM, FF\}$, com resultados igualmente prováveis, pelo que a probabilidade de que ambos os filhos sejam rapazes é $P(MM) = 1/4$. No entanto se pretendermos a probabilidade de ambos os filhos serem rapazes, sabendo que um deles é rapaz, este condicionamento provoca que o espaço de resultados se reduza a $S'=\{MM, MF, FM\}$, donde a probabilidade pretendida será $P(MM) = 1/3$. A situação descrita anteriormente pode ser representada com o seguinte diagrama de Venn



A definição de probabilidade condicional é muito útil, quando utilizada no sentido inverso, para calcular a **probabilidade conjunta** ou **probabilidade da interseção** de dois acontecimentos

$$P(A \cap B) = P(A \mid B)\ P(B) = P(B \mid A)\ P(A)$$

É uma noção, em geral intuitiva, quando é aplicada no cálculo de probabilidades de cadeias de acontecimentos. Por exemplo, considere-se uma turma constituída por 8 rapazes e 14 raparigas, em que se pretende selecionar uma comissão de curso constituída por 2 alunos. Pretende-se que esta seleção seja aleatória, pelo que os nomes dos alunos são escritos em 22 pedaços de papel, que se colocam num saco, de onde se extraem 2 desses papéis, ao acaso. Qual a probabilidade da comissão de curso ser constituída por dois rapazes? Se representarmos por M_1 o acontecimento "saída de um nome de rapaz na primeira extração" e por M_2 o acontecimento "saída de um nome de rapaz na segunda extração", pretende-se a probabilidade da interseção destes acontecimentos, ou seja, $P(M_1 \cap M_2)$. Tendo em consideração a definição de probabilidade conjunta, vem

$$P(M_1 \cap M_2) = P(M_1)\ P(M_2 \mid M_1) = \frac{8}{22}\,\frac{7}{21}$$

E se se pretendesse a probabilidade de numa nova seleção sair ainda um nome de rapaz? Neste caso teríamos

$$P(M_1 \cap M_2 \cap M_3) = P(M_1)\ P(M_2 \mid M_1)\ P(M_3 \mid M_1 \cap M_2) = \frac{8}{22}\,\frac{7}{21}\,\frac{6}{20}$$

REFERÊNCIAS

[1] GRAÇA MARTINS, ME, MONTEIRO, C, VIANA, PV, TURKMAN, MAA (1999) – *Probabilidades e Combinatória*. Ministério da Educação, Departamento do Ensino Superior. ISBN 972-8417-33-0. Depósito Legal 143440/99.