

Arcos de circunferência

CITAÇÃO

Tavares, J. N., Geraldo, A. (2017)
Arcos de circunferência,
Rev. Ciência Elem., V5(03):077.
doi.org/10.24927/rce2017.077

EDITOR

José Ferreira Gomes
Universidade do Porto

RECEBIDO EM

02 de janeiro de 2013

ACEITE EM

23 de maio de 2013

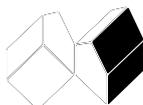
PUBLICADO EM

30 de setembro de 2017

COPYRIGHT

© Casa das Ciências 2021.
Este artigo é de acesso livre,
distribuído sob licença Creative
Commons com a designação
[CC-BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/), que permite
a utilização e a partilha para fins
não comerciais, desde que citado
o autor e a fonte original do artigo.

rce.casadasciencias.org



João Nuno Tavares*, Ângela Geraldo†

* Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

† CMUP/ Universidade do Porto

Considere-se uma circunferência de centro em O e seja A um ponto fixo da mesma. Um ponto móvel M , partindo de A , pode percorrer a circunferência em dois sentidos: ou no sentido contrário ao do movimento dos ponteiros do relógio que será o sentido positivo, ou no sentido oposto, sentido negativo.

Quando um ponto, partindo da posição A , roda em torno do centro O , acabando por ocupar a posição M diz-se que descreveu o arco AM . Chamamos *origem* ao ponto A e *extremidade* ao ponto M do arco AM .

Assim, o arco é positivo (aplet da esquerda) ou negativo (aplet da direita), conforme o sentido da rotação que leva o ponto móvel da origem do arco à extremidade do arco seja positivo ou negativo.

O ponto móvel pode descrever uma rotação em torno da origem O de tal forma que vem a ocupar a posição inicial, descrevendo assim uma circunferência completa num dado sentido. Para além disso, como nada impede que esse movimento de rotação continue (no sentido positivo ou negativo), concebem-se então arcos (positivos ou negativos) que podem exceder uma ou mais circunferências.

Portanto, a cada par ordenado (A, M) de dois pontos pertencentes a uma dada circunferência de centro em O , corresponde um ser geométrico múltiplo chamado arco trigonométrico, constituído por um número infinito de determinações, cada uma das quais se refere à amplitude e sentido da rotação que leva ponto móvel sobre a circunferência a ir do ponto A (origem) ao ponto M (extremidade), do arco considerado.

Medida dos arcos de circunferência

A medida de um arco orientado exprime-se por um número real positivo ou negativo consoante o arco seja descrito no sentido positivo ou sentido negativo. A escolha do arco unidade é arbitrária mas habitualmente consideram-se três sistemas de unidades que se definem em seguida.

Atenção: O comprimento de um arco e a sua amplitude são diferentes. Arcos com a mesma amplitude podem ter comprimentos diferentes.

Sistema sexagesimal

Submúltiplos do grau de arco	Um grau de arco
Minutos	60
Segundos	3600
Décimos de segundo	36000
Centésimos do segundo	360000
...	...

No sistema sexagesimal a unidade fundamental é o grau de arco, ou simplesmente, grau, que é a 360ª parte da circunferência. O arco de circunferência de medida 1º é homólogo de um ângulo ao centro de medida um grau.

Desta forma, a circunferência mede 360º, a semicircunferência mede 180º, o quadrante mede 90º (equivalente a $\frac{1}{4}$ da circunferência) e o octante mede 45º (equivalente a $\frac{1}{8}$ da circunferência).

Os submúltiplos do grau de arco são:

O minuto sexagesimal 1' corresponde a $\frac{1}{60}$ de um grau, ou seja, 60 minutos é igual a 1 grau.

O segundo sexagesimal 1" corresponde a $\frac{1}{60}$ de um minuto e a $\frac{1}{3600}$ de um grau, ou seja, 3600 segundos é igual a 1 grau.

O décimo do segundo, o centésimo do segundo etc.

Sistema centesimal

Submúltiplos do grado de arco	Um grado de arco
Minutos	100
Segundos	10000
Décimos de segundo	100000
Centésimos do segundo	1000000
...	...

No sistema sexagesimal a unidade fundamental é o grado de arco, ou simplesmente, *grado*, que é a 400ª parte da circunferência. O arco de circunferência de medida 1º é homólogo de um ângulo ao centro de medida um grado.

Desta forma, a circunferência mede 400º, a semicircunferência mede 200º, o quadrante mede 100º (equivalente a $\frac{1}{4}$ da circunferência) e o octante mede 50º (equivalente a $\frac{1}{8}$ da circunferência).

Os submúltiplos do grado de arco são:

O minuto centesimal 1' corresponde a $\frac{1}{100}$ de um grado, ou seja, 100 minutos centesimais são 1 grado.

O segundo centesimal 1" corresponde a $\frac{1}{100}$ de um minuto e a $\frac{1}{10000}$ de um grado,

ou seja, 10000 segundos centesimais são 1 grau.

O décimo do segundo centesimal, o centésimo do segundo centesimal etc.

Sistema circular

Neste sistema a unidade fundamental é o radiano de arco, ou simplesmente, *radiano*, que é um arco que, retificado, é igual ao raio da circunferência em que foi descrito. Tal arco é homólogo de um ângulo ao centro de medida um radiano.

Uma vez que uma circunferência de raio r tem comprimento $2\pi r$, resulta daqui que a circunferência contém exatamente 2π vezes o radiano de arco. Portanto, o arco de circunferência mede 2π rad, o arco de semicircunferência mede π rad, o arco de quadrante mede $\frac{\pi}{2}$ rad (equivalente a $\frac{1}{4}$ da circunferência) e o arco de octante mede $\frac{\pi}{4}$ rad (equivalente a $\frac{1}{8}$ da circunferência).

Passagem de um sistema de unidades para outro

Consideremos um arco AM qualquer e designemos por s , c e d as suas medidas nos sistemas sexagesimal, centesimal e circular, respetivamente. Necessitamos de estabelecer uma relação destas medidas com medidas já conhecidas, como por exemplo, a medida de um arco de semicircunferência, que é de 180° no sistema sexagesimal, de 200° no centesimal e de π rad no sistema circular.

Como a razão entre grandezas da mesma espécie é o quociente das suas medidas relativamente a uma unidade comum, resulta que a razão entre o arco AM e a semicircunferência pode ser expressa pelos números $\frac{s}{180}$, $\frac{c}{200}$ ou por $\frac{d}{\pi}$.

Como os três números anteriores são iguais então temos que:

$$\frac{s}{180} = \frac{c}{200} = \frac{d}{\pi}$$

Esta relação permite-nos, conhecendo a medida de um arco de circunferência num dos sistemas, determinar a medida desse mesmo arco num dos outros dois sistemas de unidades.

REFERÊNCIAS

¹J. JORGE G. CALADO, *Compêndio de Trigonometria*, 4ª edição. Liv. Popular de Francisco Franco, Lisboa. 1974.