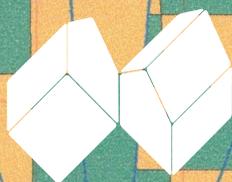
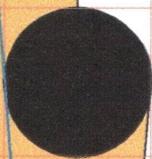


MARÇO 2022

# V10/01

REVISTA DE CIÊNCIA ELEMENTAR. CASA DAS CIÊNCIAS



# REVISTA DE CIÊNCIA ELEMENTAR



## FICHA TÉCNICA

*Rev. Ciência Elem.*, V10(01)

**Publicação trimestral  
da Casa das Ciências**

ISSN 2183-9697 (versão impressa)

ISSN 2183-1270 (versão online)

[rce.casadasciencias.org](http://rce.casadasciencias.org)

DEPÓSITO LEGAL

425200/17

COORDENAÇÃO EDITORIAL

Alexandra Coelho

DESIGN

Rui Mendonça

PAGINAÇÃO

Raul Seabra

IMPRESSÃO E ACABAMENTO

Uniarte Gráfica S.A.

TIRAGEM

2800 exemplares

IMAGEM NA CAPA

Planta do espaço acelerado e retardado

João Pedro Xavier

[casadasciencias.org/banco-imagens](http://casadasciencias.org/banco-imagens)

© Todo o material publicado nesta revista  
pode ser reutilizado para fins não comerciais,  
desde que a fonte seja citada.



## PROPRIETÁRIO

Casa das Ciências/ICETA

Faculdade de Ciências,

Universidade do Porto

Rua do Campo Alegre, 687

4169-007 Porto

[rce@casadasciencias.org](mailto:rce@casadasciencias.org)

## CORPO EDITORIAL DA REVISTA DE CIÊNCIA ELEMENTAR

### EDITOR

João Nuno Tavares (UNIVERSIDADE DO PORTO)

### CONSELHO EDITORIAL

João Lopes dos Santos (UNIVERSIDADE DO PORTO)

Jorge Manuel Canhoto (UNIVERSIDADE DE COIMBRA)

José Francisco Rodrigues (UNIVERSIDADE DE LISBOA)

Luís Vítor Duarte (UNIVERSIDADE DE COIMBRA)

Maria João Ramos (UNIVERSIDADE DO PORTO)

Paulo Fonseca (UNIVERSIDADE DE LISBOA)

Paulo Ribeiro-Claro (UNIVERSIDADE DE AVEIRO)

### PRODUÇÃO E SECRETARIADO

Alexandra Coelho

Guilherme Monteiro

### NORMAS DE PUBLICAÇÃO NA RCE

A Revista de Ciência Elementar dirige-se a um público alargado de professores do ensino básico e secundário, aos estudantes de todos os níveis de ensino e a todos aqueles que se interessam pela Ciência. Discutirá conceitos numa linguagem elementar, mas sempre com um rigor superior.

### INFORMAÇÃO PARA AUTORES E REVISORES

Convidam-se todos os professores e investigadores a apresentarem os conceitos básicos do seu labor diário numa linguagem que a generalidade da população possa ler e compreender.

Para mais informação sobre o processo de submissão de artigos, consulte a página da revista em [rce.casadasciencias.org](http://rce.casadasciencias.org)



**CASA DAS  
CIÊNCIAS**

EDULOG · FUNDAÇÃO BELMIRO DE AZEVEDO

MARÇO 2022

# V10/01

## ÍNDICE

- |    |   |    |   |
|----|---|----|---|
| 02 | AGENDA  | 29 | Envolventes<br>João Nuno Tavares                              |
| 03 | NOTÍCIAS  | 33 | Estudo das proteases Cat B e L<br>Mariana Cunha <i>et al.</i> |
|    | EDITORIAL   | 37 | Os gâmetas<br>Ana Margarida Aleixo, Vasco Almeida             |
| 05 | Por uma ciência interventiva<br>João Nuno Tavares                                 |    |   |
|    | HISTÓRIA E FILOSOFIA DA CIÊNCIA   |    |   |
| 07 | Diálogo sobre Ciência, Arte,<br>Filosofia e Religião<br>J. M. B. Lopes dos Santos |    | NOTÍCIAS EDUCATIVAS   |
|    |   | 40 | Laboratório escolar da paisagem<br>Manuela Lopes              |
|    | ARTIGOS   | 43 | Para que serve a Ciência?<br>José Ferreira Gomes              |
| 11 | Imagens elétricas e o método<br>de separação de variáveis<br>Eduardo Lage         |    | IMAGEM EM DESTAQUE  |
| 15 | Perceptrões e redes neuronais<br>artificiais<br>Daniel Aguiar, Paulo Aguiar       | 48 | Modelo padrão<br>João Nuno Tavares, António<br>Machiavelo     |
| 20 | O que é o e para o computador?<br>Paulo Beleza de Vasconcelos                     |    |   |
| 24 | O espaço acelerado e retardado<br>João Pedro Xavier                               |    |   |

**04/05**<sup>(2022)</sup>

## Conferências sobre Alterações Climáticas

A FCUP e a Casa das Ciências organizam em parceria uma conferência sobre Alterações Climáticas, onde estarão representadas várias visões científicas sobre esta problemática. As palestras destinam-se a todo o público interessado, sendo acessíveis a alunos e professores do ensino secundário e superior. O evento é gratuito e decorre em formato presencial (inscrições necessárias e limitadas) e via *zoom*.

AUDITÓRIO FERREIRA DA SILVA, FCUP

INSCRIÇÕES EM: [CASADASCIENCIAS.ORG](http://CASADASCIENCIAS.ORG)

## CONFERÊNCIA SOBRE ALTERAÇÕES CLIMÁTICAS

Quarta-feira, 04 de maio  
14h30

**30/06****a 02/07**<sup>(2022)</sup>

## II Encontro Temático da Casa das Ciências

Na sequência do sucesso do Encontro Temático realizado em Viana do Castelo em abril de 2019, vamos repetir o evento, agora em Estremoz, com um programa semelhante. Serão dois dias de trabalho seguidos de uma saída de campo (opcional) no sábado, 2 de julho, acreditados com 15h e 6h, respetivamente. O tema permite tratar a água numa perspetiva multidisciplinar envolvendo a Física a Química, a Biologia e a Geologia. A saída de campo também focará estas diferentes visões, sendo sempre acompanhada.

CENTRO DE CIÊNCIA VIVA DE ESTREMOZ

[WWW.CASADASCIENCIAS.ORG/ESTREMOZ2020](http://WWW.CASADASCIENCIAS.ORG/ESTREMOZ2020)**20/07****a 22/07**<sup>(2022)</sup>

## VII Encontro Internacional da Casa das Ciências

Após dois anos de interregno, os Encontros Internacionais da Casa das Ciências estão de volta! Teremos 3 dias de trabalho sob o tema do Clima e Sustentabilidade, repartidos entre grandes plenárias, debates e oficinas de formação em pequenos grupos de trabalho, que ocuparão pelo menos 2/3 do tempo de formação. Este ano, para além dos professores dos Grupos 110, 230, 500, 510, 520 e 550 iremos abrir o Encontro a professores de Geografia, por considerar que quer as questões ambientais, quer a componente da Geografia Física se encontram diretamente relacionadas com tudo o que se irá debater nos três dias de atividades que compõem o Encontro. Assim, foi solicitada também a acreditação para o grupo 420.

As inscrições estão abertas!

PORTO, ISEP-IPPORTO

[WWW.CASADASCIENCIAS.ORG/7ENCONTROINTERNACIONAL/](http://WWW.CASADASCIENCIAS.ORG/7ENCONTROINTERNACIONAL/)

## Nova abordagem para um enigma matemático de US\$ 1 milhão

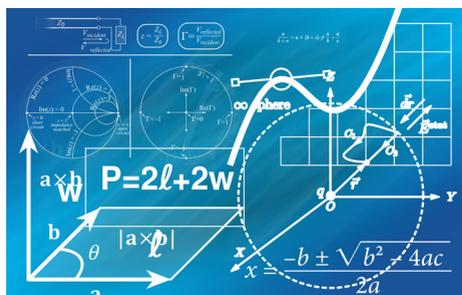


FIGURA 1. Prêmio matemático de US\$ 1 milhão. DOI: 10.1103/PhysRevLett.127.241602. (Pixabay)

O físico da *UC Santa Barbara*, Grant Remmen, acredita ter encontrado uma nova abordagem para explorar as propriedades peculiares da função zeta de Riemann. A abordagem consiste em traduzir para Teoria Quântica do Campo (QFT) muitas das propriedades importantes da função zeta, o que permitira aos investigadores aproveitar as ferramentas da QFT para investigar a enigmática e estranhamente omnipresente função zeta. O seu trabalho poderia até levar a uma prova da famosa hipótese de Riemann, talvez a maior questão não resolvida da matemática, com o *Clay Mathematics Institute* oferecendo um prêmio de US\$ 1 milhão por uma prova correta. Uma prova da hipótese de Riemann terá consequências importantíssimas para a teoria dos números e para o uso dos números primos em criptografia. Publicada pela primeira vez no artigo inovador de Riemann de 1859, a hipótese de Riemann é uma conjectura matemática pro-

funda que afirma que os zeros não triviais da função zeta, ou seja, os valores de  $s$  diferentes de  $-2, -4, -6, \dots$  tal que  $\zeta(s)=0$ , encontram-se todos na “linha crítica”  $\text{Re}[s]=1/2$  (onde  $\text{Re}[s]$  representa a parte real de  $s$ ). Mais informação em [https://en.wikipedia.org/wiki/Riemann\\_hypothesis](https://en.wikipedia.org/wiki/Riemann_hypothesis).

## Cientistas suíços calculam novo recorde de dígitos do número Pi

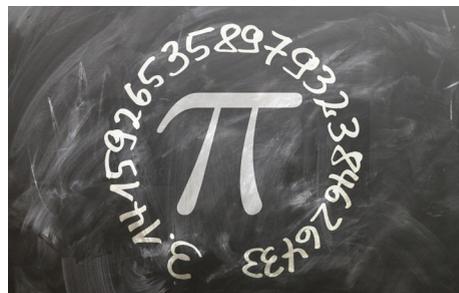


FIGURA 1. Número Pi. (Pixabay)

Em agosto de 2021, com a ajuda de um supercomputador, matemáticos suíços, da Universidade Graubunden, anunciaram o cálculo de 62.8 triliões de casas decimais do número Pi, isto é, 62.800.000.000.000 dígitos. Foram ainda revelados os últimos dez dígitos descobertos: 7817924264.

O cálculo demorou 108 dias e nove horas. Embora o processo tenha levado bastante tempo, ele foi 3.5 vezes mais rápido do que o cálculo que levou ao recorde anterior, que era de 50 triliões, conseguido em 2020.

## Físicos do MIT descobrem novo *bit* quântico, *qubit*, na forma de pares vibrantes de átomos (fermião)

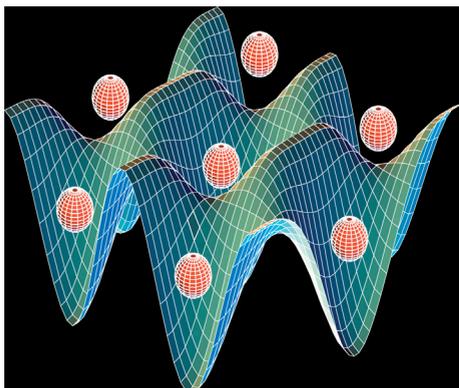


FIGURA 1. Rede óptica. DOI: 10.1038/s41586-021-04205-8. (Wikimedia Commons)

Um *qubit* representa uma unidade básica de computação quântica. Enquanto que um *bit* clássico, nos computadores atuais, realiza uma série de operações lógicas a partir de um de dois estados, 0 ou 1, um *qubit* pode existir numa sobreposição de ambos os estados. Enquanto estiver nesse delicado estado intermediário, um *qubit* deve ser capaz de comunicar simultaneamente com muitos outros *qubits* e processar vários fluxos de informações ao mesmo tempo, para resolver rapidamente problemas que levariam anos para processar nos computadores clássicos. Existem muitos tipos de *qubits*, alguns dos quais são projetados e outros que existem naturalmente. A maioria dos *qubits*

são notoriamente instáveis, incapazes de manter sua sobreposição ou não querendo comunicar com outros *qubits*.

Os físicos do MIT descobriram que quando pares de fermiões são arrefecidos e presos numa rede óptica, as partículas podem existir simultaneamente como sobreposição dois estados — um estranho fenómeno quântico conhecido como sobreposição. A equipa conseguiu manter esse estado de superposição entre centenas de pares vibrantes de fermiões. Ao fazer isso, conseguiram um novo “registo quântico”, ou sistema de *qubits*, que parece ser robusto por períodos de tempo relativamente longos. A descoberta demonstra que esses *qubits* estáveis podem ser uma base promissora para futuros computadores quânticos. A equipa acredita que os novos *qubits* vibrantes podem interagir brevemente e potencialmente realizar dezenas de milhares de operações num piscar de olhos.

---

# Por uma ciência interventiva

Com esta publicação inicia-se o décimo ano de vida da Revista de Ciência Elementar (RCE), da Casa das Ciências. Uma bonita idade, sem dúvida!

Investigar e divulgar ciência não são tarefas fáceis. A Casa das Ciências tem tido o privilégio de, ao longo destes anos, ter podido contar com a colaboração de várias personalidades, com contributos científicos de muito relevo, a que aliam uma capacidade de comunicação rara.

É fácil testemunhar isso nos 36 números já publicados da RCE, nestes seus 9 anos de vida, e nos mais de 250 contributos de elevadíssima qualidade científica e didática neles incluídos.

É bom recordar que a RCE, de periodicidade trimestral, tem tido em média uma tiragem de cerca de 2800 exemplares, distribuídos gratuitamente por mais de 1000 escolas e bibliotecas nacionais. Além da versão impressa, a RCE tem uma versão livremente disponível no portal da Casa das Ciências, com as versões completas de todos os artigos publicados, após avaliação por pares independentes, tendo tido, só em 2021, mais de 200 mil visualizações. São números muito positivos que traduzem a adesão, quer dos autores e colaboradores da Casa, quer do público-alvo da revista.

A Ciência, exata e experimental (Astronomia, Biologia, Física, Geologia, Química, Matemática e Estatística) tem sido o foco essencial da RCE. É a ciência que procura a verdade objetiva da realidade factual. Nos estados e nas sociedades do espetáculo, bem caracterizados por Roger-Gérard Schwardtzenberg, em que a verdade deu lugar à mentira, à mistificação, à representação no palco dos média e à política da pós-verdade, é lógico que a política deprecie a ciência, que é atualmente quase o seu oposto. As políticas públicas de incentivo à ciência, permeáveis ao primado da tecnologia e das modas imediatamente rentáveis, invocam a ciência quando lhes é favorável mas, ao mesmo tempo, mantêm uma precaridade e uma instabilidade no emprego científico como não há paralelo em outras áreas de atividade.

Os financiamentos são canalizados maioritariamente para áreas tecnológicas que alimentam as sociedades de crescimento e consumo infinitos. A ciência caminha para um perigoso beco de desumanização em que o cientista, alheado da realidade sociopolítica

que o envolve, não tem qualquer tipo de controlo sobre a sua produção. O cientista pode tornar-se um mero instrumento ao serviço de interesses de instituições sem regra e sem escrúpulo, que procuram apenas o lucro imediato, agravando as condições de vida das populações e acentuando a cada vez mais trágica desigualdade de acesso a meios e recursos.

Por outro lado, a comunidade científica tarda em assumir o seu papel determinante de influência na criação de políticas mais solidárias, intervindo ativamente em assuntos tão urgentes como são as alterações climáticas, o combate às desigualdades, e o progresso para sociedades mais justas, livres e pacíficas. Vivendo em nichos, numa investigação cada mais hiperespecializada, que não dá tréguas ao tempo e à concentração exigidas, a comunidade científica mantém-se, salvo raras e notáveis exceções, alheada dos grandes desafios do nosso tempo, sendo presa fácil de interesses instalados e das modas do momento.

Gostava de aproveitar este editorial, de que sou responsável, para lançar um apelo a todos os nossos colaboradores, cientistas, professores, educadores e outros, no sentido de submeterem mais contributos que demonstrem a influência que a ciência pode ter na solução dos grandes desafios da atualidade, acima referidos.

Não podemos continuar a ser neutros. Sei que é um caminho difícil de percorrer, onde as opiniões são diversas e onde o consenso é, por enquanto, muito difícil. Há uma forte componente política e ideológica, e muitos interesses em jogo, que não podemos ignorar. Mas não podemos adiar e temer o livre confronto de ideias. Tendo a possibilidade de as exprimir livremente, no respeito pelas naturais divergências, não nos podemos furtar ao debate.

João Nuno Tavares

Editor

---

# Diálogo sobre Ciência, Arte, Filosofia e Religião

J. M. B. Lopes dos Santos

Faculdade de Ciências/ Universidade do Porto

Adão:

– A distinção mais óbvia que podemos fazer entre Ciência e Arte é que pela primeira buscamos o que é Verdade e, pela segunda, o que é Belo, ou tem valor estético.

Eva:

– Essa distinção é um pouco ingénua, não?

Para começar, não existe qualquer consenso sobre o que é a Arte. Ninguém duvida que o teto da Capela Sistina de Miguel Ângelo, ou o “Nascimento de Vénus” de Botticelli são obras de arte; e os 4'33" de John Cage, uma peça de música(?) de total silêncio com a duração de 4 minutos e 33 segundos, reunirá o mesmo consenso?

A:

– Pelo menos aprende-se depressa e executa-se só com um cronómetro!

E:

– Além disso, parece-me inegável que grandes obras de arte, como os Sonetos de Camões, as peças de Shakespeare, as obras de Dostoiévski, Tolstoi, as óperas de Mozart, ou mesmo uma sonata de Beethoven, nos ensinam algo de muito valioso, muito verdadeiro, sobre quem somos e o que nos move. Ignorar a verdade que nos chega da Arte ou da Filosofia e da Religião é perigoso para a saúde da família humana.

A:

– A superioridade da Ciência na procura da verdade é evidente. Ao contrário do que alguma crítica sugere, um cientista vê uma parte das questões levantadas pela sua disciplina como definitivamente resolvidas, o que não sucede noutros campos.

E:

– Essa afirmação surpreende-me. Não é verdade que Einstein destruiu os alicerces da

magnífica construção de Newton e que a Mecânica Quântica abalou de tal modo a visão do mundo de Einstein que este nunca se conformou com ela? Por que é que achas que isso não vai continuar a acontecer?

A:

– Se assim fosse, por que razão começam todos os cursos de Física pela Mecânica Newtoniana? Os cursos de Engenharia Mecânica não estudam carros de bois! Será apenas por razões de método ou pedagógicas? Não, de todo! A verdade é que se a Relatividade Geral não se reduzisse, em certos limites, à mecânica e gravitação de Newton, não seria uma proposta viável, pois seria falsificada pelas inúmeras observações que nos conduziram, por acumulação de evidência, a dar o nosso assentimento à Mecânica Newtoniana. Ainda hoje muitos físicos partilham com Einstein o incómodo sobre a estranha visão de realidade que nos dá a Mecânica Quântica. Sonham substituí-la por algo mais compatível com os seus (pre?)conceitos epistemológicos. Ainda que isso venha a acontecer, tenho muitas dúvidas que nos possa trazer uma visão da realidade mais confortável para o nosso espírito; julgo que essa putativa teoria terá, de novo, de conter a Mecânica Quântica como limite. Porquê? Porque, citando Heisenberg e Bohr <sup>a</sup>, “a Mecânica Quântica funciona!”

E:

– E “funciona” equivale a ser Verdade?

A:

– Apetece-me responder-te como Pilatos: “o que é a Verdade?”. Mas não vou por aí. A segunda razão (a principal, na minha opinião) para o sucesso da Ciência na civilização contemporânea é essa: Funciona! Por outras palavras, proporcionou-nos um enorme poder para intervir na natureza, para o bem e para o mal note-se, e para modificar as nossas vidas. A tecnologia é o grande trunfo cultural da Ciência. Sem esse trunfo, quem subscreveria o parágrafo final do *An Enquiry Concerning Human Understanding* (Investigação sobre o Entendimento Humano) de David Hume?

*“When we run over libraries, persuaded of these principles, what havoc must we make? If we take in our hand any volume; of divinity or school metaphysics, for instance; let us ask, Does it contain any abstract reasoning concerning quantity or number? No. Does it contain any experimental reasoning concerning matter of fact and existence? No. Commit it then to the flames: \* For it can contain nothing but sophistry and illusion”.* <sup>b</sup>

E:

– Pergunto-me se a recomendação de Hume se aplica não apenas à metafísica, mas também à literatura ou à arte em geral, da qual se encontram quase sempre ausentes raciocínios abstratos quantitativos ou de natureza experimental. Devemos confinar os sonetos de Camões ou os “Irmãos Karamazov” de Dostoiévski às chamas também?

A:

– De modo nenhum! No parágrafo anterior Hume sugere excluir o Valor Estético do âmbito da Razão:

*"Beauty, whether moral or natural is more properly felt than perceived".*

Além disso Hume foi durante 5 anos o responsável por uma biblioteca, e não consta que tivesse causado qualquer dos estragos que advogava. Não desconverses: estamos a falar de Verdade e não de emoções ou sentimentos.

E:

– Seja como for, Hume apresenta um critério rigoroso para qualquer tipo de conhecimento que considere válido, e que, de certo modo, se encontra cristalizado na ciência contemporânea. Significa isso que não devemos esperar encontrar Verdade em mais lado nenhum? Que, fora desse âmbito, só são de esperar delírios e fantasias?

A:

– A eficácia de critério de Hume é inquestionável, mesmo para os seus críticos. Vê o exemplo dos negacionistas da pandemia. Quando, desafortunadamente, ficam gravemente doentes, não escolhem eles(as) o hospital, na esperança de tratamento, suspendendo a sua suspeição sobre a ciência, sobre as gigantes farmacêuticas, ou sobre outros interesses obscuros que julgavam conspirar contra eles? Por outro lado, a multitude de opiniões filosóficas e crenças religiosas, a impossibilidade de discernir consensos e resolução definitiva de questões que aponte a propósito da Ciência reforçam a posição de David Hume.

E:

– Falaste na perenidade das teorias científicas. Mas quem pode, em bom juízo, descartar Platão como obsoleto e completamente ultrapassado, apesar dos 24 séculos de pensamento humano posterior? A perenidade do nosso interesse em Platão não demonstra que as suas interrogações são ainda as nossas? Tal como ninguém é físico sem conhecer a Mecânica Newtoniana, ninguém é filósofo sem conhecer Platão. Onde está a diferença, afinal?

A:

– Sim, concordo que a tradição do nosso pensamento deve ser conhecida. Mas isso é apenas porque os fragmentos de verdade que possam existir no pensamento de Platão ou dos antigos ainda esperam a confirmação pelo progresso da neurobiologia, da ciência do cérebro e do comportamento humano. Ainda há hiatos no nosso conhecimento, mas eles serão preenchidos pela Ciência. Então leremos Platão pelo entretenimento ou pela História, não pelo conhecimento.

E:

– Estou bem familiarizada com esse "teoria dos hiatos". Mas creio que ao restringir, do modo como Hume faz no *Enquiry*, os nossos instrumentos de acesso à Verdade ao raciocínio abstrato quantitativo e à experiência dos sentidos, estamos a limitar as possibilidades

de representação mental da Realidade. Pensar que essa representação é fiel ao original, surge-me como uma pressuposição metafísica que não é suscetível de ser validada pelos critérios de Hume. Não quereria que um seu seguidor, menos lúcido, desse à obra de Hume, o destino que este refere no fecho do *Enquiry*. Por isso mantenho o que disse: o que nos chega da Arte, da Filosofia e da Religião merece a nossa maior atenção.

A:

Estou disposto a aceitar, em metáfora judicial, que “o Júri ainda não deliberou sobre algumas destas questões mais fundamentais”. Mas estou confiante que será pela Ciência que o fará!

E:

Espero para ver! Despeço-me com uma citação de um artista. Não terás dificuldade em encontrar verdade neste pensamento e a sua relevância para o nosso diálogo.

*Podem ter a certeza de que não foi quando descobriu a América, mas sim quando estava a descobri-la, que Colombo se sentiu feliz.*

Fiódor Dostoiévski

## Notas

<sup>a</sup>Na peça “Copenhaga” de Michael Frayn.

<sup>b</sup>“Quando percorremos as nossas bibliotecas, persuadidos destes princípios, que estragos devemos fazer? Se pegarmos em qualquer volume; sobre metafísica escolar ou da divindade, por exemplo; perguntemos, *contém algum raciocínio abstrato relativo a quantidade ou número?* Não. *Contém algum raciocínio relativo a matéria de facto ou existência?* Não. Entreguemo-lo então às chamas, pois nada contém senão sofisma e ilusão”.

---

# Imagens elétricas e o método de separação de variáveis

Eduardo Lage  
Universidade do Porto

Nos condutores em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico é nulo no seu interior — todo o espaço ocupado por um condutor está ao mesmo potencial; as cargas que esses condutores possuem distribuem-se unicamente pela sua superfície de modo, em geral, não uniforme e desconhecido. A determinação do campo de potencial elétrico fica, assim, reduzida ao seu conhecimento no espaço livre, seja entre condutores seja nas regiões ocultas dos condutores, um problema típico de fenómenos de influência elétrica. Mas o facto de essa solução ser única, o que é aqui demonstrado, justifica a utilização do método das imagens elétricas onde se recorre a um problema já resolvido para encontrar a solução de outro problema de eletrostática. O método da separação de variáveis tem inúmeras aplicações em Física, sendo aqui apresentado como forma de encontrar a solução para alguns exemplos de interesse.

Um condutor é uma substância (cobre, alumínio, aço) onde se manifesta uma corrente elétrica se for aplicado um campo elétrico. Assim, num condutor em equilíbrio eletrostático, *i.e.*, sem correntes, o campo elétrico deve ser nulo no seu interior: todo o espaço ocupado pelo condutor está ao mesmo potencial elétrico. Se o condutor tiver sido carregado eletricamente, todas as cargas localizam-se na sua superfície de modo não uniforme, em geral. A determinação do campo elétrico fica reduzida às regiões não ocupadas pelos condutores (espaço vazio livre). Este problema eletrostático pode, então, ser formulado como segue, aqui ilustrado para dois condutores (FIGURA 1), embora se perceba a sua generalidade.

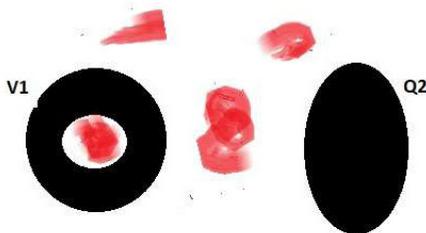


FIGURA 1. Dois condutores e cargas (manchas vermelhas) no espaço livre.

a) O potencial elétrico deve satisfazer a equação de Poisson no espaço livre:

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1)$$

Aqui, a densidade de carga (representada por manchas vermelhas na FIGURA 1) é suposta conhecida e pode localizar-se na região exterior aos condutores ou nas suas partes ocas (exemplificado pelo condutor A na figura) ou mesmo ser nula.

b) Num qualquer condutor é dado o seu potencial elétrico,  $V_1$ :

$$\varphi = V_1 \text{ no Condutor A} \quad (2)$$

ou é dada a sua carga total,  $Q_2$ :

$$\frac{Q_2}{\varepsilon_0} = \int_{\Sigma_B} dS\vec{n} \cdot \vec{E} = - \int_{\Sigma_B} dS\vec{n} \cdot \nabla\varphi \text{ no condutor B} \quad (3)$$

onde  $\vec{n}$  é a normal unitária à superfície do condutor e apontando para o espaço livre.

Deve, aqui, notar-se que em nenhum condutor são dadas simultaneamente estas duas condições.

O caso particular  $\rho = 0$  descreve os fenómenos de influência elétrica: as cargas nos condutores distribuem-se para garantir que os potenciais sejam constantes em cada condutor, embora essa distribuição seja *a priori* desconhecida. Dada a linearidade das equações de campo, segue-se que cargas e potenciais obedecem à equação genérica:

$$Q_i = \sum_j C_{ij} V_j (i, j \text{ condutores}) \quad (4)$$

Os coeficientes de proporcionalidade  $C_{ij}$  são designados por capacidades parciais e, em particular, os elementos diagonais são as capacidades dos respetivos condutores tomados isoladamente (*i.e.*,  $C_{11}$  é a capacidade do condutor 1), recordando-se, como exemplos, as capacidades de condutores cilíndricos ou esféricos obtidas noutra artigo.

Um importante resultado para o problema eletrostático atrás enunciado, é a unicidade de solução da equação (1) sujeita às condições fronteira equações (2) e (3).

A unicidade de solução traduz-se na afirmação, aparentemente trivial, que se for encontrada uma solução para o problema eletrostático, então essa é a solução. É esta afirmação que fundamenta o método das imagens elétricas que agora se expõe através de alguns exemplos ilustrativos.

### Imagens elétricas

Consideram-se, a seguir, vários exemplos.

1.º Imagine-se uma carga pontual  $Q$  situada a uma distância  $d$  de um condutor plano ligado à terra (*i.e.*, ao potencial nulo), tal como representado na FIGURA 2.

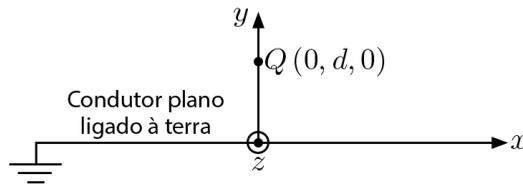


FIGURA 2. Carga pontual em frente a condutor plano ligado à terra.

É evidente que  $\varphi = 0$  abaixo do plano; acima do plano e no plano ( $y \geq 0$ ) deve satisfazer as seguintes condições:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= -\frac{\rho_1}{\epsilon_0} \\ \varphi &= 0 \text{ em } y = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Aqui,  $\rho_1$  representa a densidade para a carga pontual  $Q$  em  $y = d$ , não sendo necessário especificar a sua forma analítica.

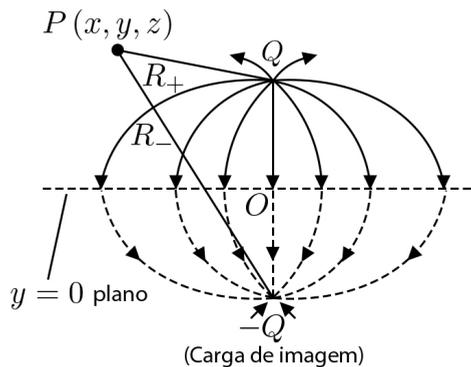


FIGURA 3. Duas cargas iguais e de sinais contrários originam potencial nulo no plano intermédio.

Considere-se, agora, um outro problema (FIGURA 3): duas cargas pontuais  $\pm Q$ , separadas por uma distância  $2d$ . É óbvio que é  $\varphi = 0$  no plano equidistante das duas cargas, perpendicular à linha que as une. O campo de potencial gerado por estas duas cargas acima do plano satisfaz às mesmas condições da equação (5) do problema anterior. Então, o potencial acima do plano na FIGURA 3 é o potencial acima do plano condutor na FIGURA 2:

$$\varphi(x, y, z) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y-d)^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y+d)^2 + z^2}} \right]$$

Note-se que este potencial é válido em todo o espaço para a FIGURA 3, mas só é solução do problema inicial (FIGURA 2) para  $y \geq 0$  que é a região de interesse. Tendo isto presente, facilmente se calcula o campo elétrico acima do plano condutor:

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{(x, y-d, z)}{(x^2 + (y-d)^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{(x, y+d, z)}{(x^2 + (y+d)^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \right]$$

Em particular, no condutor plano ( $y = 0$ ), obtém-se:

$$E_y(x, 0, z) = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2d}{(x^2 + d^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Donde se deduz (teorema de Gauss) a densidade de carga no condutor plano induzida pela presença da carga  $Q$ :

$$\rho_s = -\frac{Q}{4\pi} \frac{2d}{(x^2 + d^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

A carga total induzida pode ser obtida integrando esta expressão sobre o plano; mas é mais fácil usar a FIGURA 3: o fluxo de  $\epsilon_0 E_y(x, 0, z)$  ao longo do plano condutor é igual ao seu fluxo através do plano que bissecta as cargas na FIGURA 3, sendo, pois, igual à carga abaixo desse plano, pelo que a carga total induzida no plano condutor é  $-Q$ .

Qual a força que se exerce sobre a carga  $Q$  na FIGURA 2? Ela é devida ao campo eléctrico gerado pelas cargas superficiais no plano condutor da FIGURA 2; mas este campo é o mesmo que tem origem na carga  $-Q$  da FIGURA 3. Assim, a força pretendida é:

$$F_y = -\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{(2d)^2}$$

A força é atrativa, uma conclusão genérica para este tipo de problemas, e que é bem conhecido quando, num dia quente e seco, podemos observar a pequena faísca entre um dedo e a porta de um automóvel.

Por sobreposição, diversas outras questões podem ser facilmente resolvidas através do método das imagens.

---

# Perceptrões e redes neuronais artificiais

Daniel Aguiar\*, Paulo Aguiar<sup>†,‡</sup>

\* Colégio Júlio Dinis

† CMUP/ Universidade do Porto

‡ NCN/ i3S/ Universidade do Porto

Desde a segunda metade do século XX entramos num novo período da história humana: a Era da Informação. A dinâmica das nossas sociedades e o dia-a-dia de cada indivíduo, é fortemente condicionada por uma necessidade: a capacidade para obter, transmitir e processar informação. Com a revolução digital e o computador, passamos a assistir a um crescimento exponencial de dados disponíveis e, com este crescimento, surgiu também a necessidade fundamental de novas estratégias para o processamento e análise eficaz destes dados. Como em muitas outras situações de desafios científicos e tecnológicos, fomos buscar inspiração à Natureza.

Num ser vivo com sistema nervoso, as células neuronais estão constantemente a monitorizar o ambiente externo e interno do organismo, a transmitir informação sob a forma de impulsos elétricos (os chamados potenciais de ação), e a processar esta informação de forma a suportar decisões motoras. As células neuronais não são mais que o resultado de milhares de milhões de anos de evolução para um propósito muito pragmático: gestão eficaz e rápida de informação. Então, com vista ao desenvolvimento de métodos e máquinas eficazes para processar dados, porque não imitar o funcionamento de um neurónio?

Nesta linha de pensamento, uma das primeiras contribuições foi o modelo de neurónio de Warren McCulloch e Walter Pitts (1943), posteriormente refinado por Frank Rosenblatt (1958). O modelo matemático de Rosenblatt, alusivamente denominado perceptrão, procurava capturar os seguintes princípios fundamentais da dinâmica de um neurónio biológico (FIGURA 1):

- a) um neurónio pode apresentar um de dois estados possíveis, ativado ou não ativado;
- b) cada neurónio recebe múltiplos sinais de outros neurónios;
- c) a contribuição de cada sinal de entrada é pesada pela eficácia da sua ligação (sinapse);
- d) os pesos podem ser positivos ou negativos conforme a ligação é, respetivamente, excitatória ou inibitória;

e) a soma ponderada de todos os sinais de entrada produz o nível de excitabilidade total do neurónio;

f) um neurónio fica no estado ativado se a soma ponderada for superior a um valor predefinido (denominado limiar de disparo), caso contrário fica no estado não ativado.

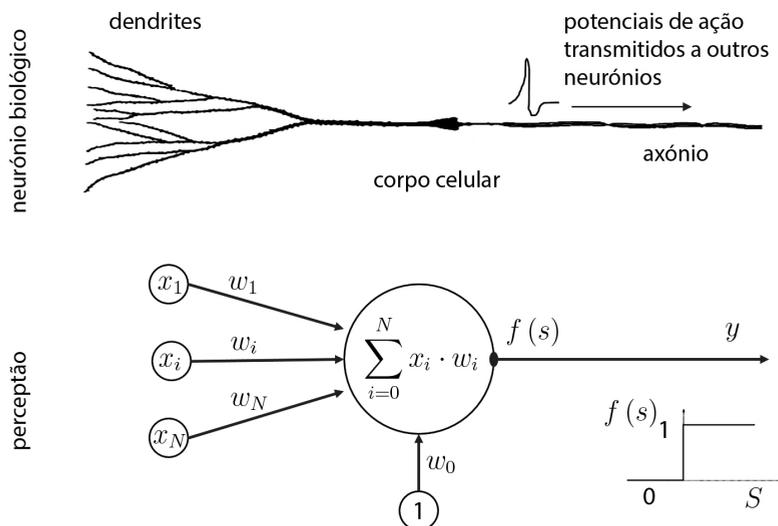


FIGURA 1. Representação de um neurónio biológico e esquema do modelo de um neurónio de Rosenblatt (perceptrão).

Matematicamente, o estado de ativação de um perceptrão em função dos seus sinais de entrada e dos seus pesos “sinápticos”, pode ser escrito simplesmente como:

$$y = 1 \text{ se } \sum_{i=1}^N x_i \cdot w_i \geq \theta$$

$$y = 0 \text{ se } \sum_{i=1}^N x_i \cdot w_i < \theta$$

onde  $y$  é o estado do perceptrão ( $y \in \{0, 1\}$ ),  $x_i$  é o estado de cada um dos  $N$  neurónios de entrada ( $x_i \in \{0, 1\}$ ),  $w_i$  é o peso (eficácia) de cada uma das ligações/sinapses de entrada ( $w_i \in \mathbb{R}$ ), e  $\theta$  é o valor do limiar de disparo. É frequente simplificar a representação do nível total da excitabilidade, fazendo  $x_0 = 1$  e  $w_0 = \theta$ , conduzindo à dinâmica:

$$y = 1 \text{ se } \sum_{i=0}^N x_i \cdot w_i \geq 0$$

$$y = 0 \text{ se } \sum_{i=0}^N x_i \cdot w_i < 0$$

Numa versão um pouco mais recente e mais abrangente do perceptrão, o estado de cada um dos  $N$  neurónios de entrada passa a ser um valor contínuo entre 0 e 1 ( $x_i \in [0, 1]$ ), descrevendo quão ativo está cada neurónio de entrada. Neste artigo usaremos esta versão.

A beleza deste modelo é que, tal como um neurónio biológico pode adaptar as suas respostas (potenciais de ação) através de modificações nas sinapses, o perceptrão também pode ser treinado através das modificações dos seus pesos  $w_i$ . Mas como se ensina um perceptrão a processar informação e tomar decisões?

Para tornar a exposição mais clara, consideremos o seguinte exemplo. Numa determinada clínica, para diagnóstico de uma determinada patologia, é necessário o levantamento de múltiplos parâmetros  $x_i$ . Estes parâmetros (normalizados entre 0 e 1) podem ser a pressão arterial, a temperatura corporal, a idade, entre outros. Pretende-se classificar quais os pacientes que poderão ter a patologia. A variável de saída do perceptrão (decisão binária), classifica a existência ( $y = 1$ ), ou não ( $y = 0$ ), de patologia.

O treino de um perceptrão enquadra-se dentro de uma família de métodos denominados aprendizagem supervisionada. O perceptrão é treinado com um conjunto de dados para os quais está previamente disponível uma classificação. No caso do nosso exemplo, isto significa disponibilizar um conjunto de dados de pacientes para os quais existe à partida, não só os parâmetros fisiológicos, mas também a informação clínica sobre se têm ou não a patologia.

Note-se que não é possível construir um conjunto de treino com todas as configurações possíveis: com múltiplos parâmetros descritos por variáveis contínuas, o espaço de possibilidades dos pacientes com (ou sem) a patologia é infinito. A expectativa é que, com base num conjunto de treino limitado, o modelo seja capaz de generalizar (*i.e.*, tenha um desempenho adequado com combinações de parâmetros que não faziam parte do conjunto de treino).

Na posse de um conjunto de dados anotados (classificados), o treino de um perceptrão faz-se recorrendo ao algoritmo de Rosenblatt. Este algoritmo, também com alguma inspiração biológica, segue os seguintes passos:

1. Inicialização dos pesos  $w_i$  com valores aleatórios, na primeira iteração do modelo ( $t = 0$ ).
2. Apresentação de um exemplo do conjunto de treino, e calcular qual seria a resposta (classificação) do perceptrão.
3. Com base no erro da decisão do perceptrão, adaptar os pesos (incluindo o valor do limiar de disparo) de acordo com a seguinte regra:

$$w_i(t + 1) = w_i(t) + \alpha \cdot x_i \cdot \varepsilon$$

onde

$\alpha$  é o ganho de adaptação, compreendido entre 0 e 1

$\varepsilon$  é erro do perceptrão,  $\varepsilon = d - y$

$d$  é a resposta correta/desejada

4. Incrementar  $t$  e voltar ao ponto 2. até que se verifique uma condição de paragem (*e.g.* convergência dos pesos), ou se esgotem os exemplos no conjunto de treino.

Considere-se um conjunto de treino com 16 pacientes e apenas dois parâmetros fisiológicos  $x_1$  e  $x_2$  (FIGURA 2). As variáveis que são alvo de adaptação, os pesos, têm uma representação geométrica simples: definem a equação da reta (fronteira ou reta de decisão) que separa o espaço em duas regiões com classificação distinta ( $y = 1$  ou  $y = 0$ ). Em dimensões superiores ( $N > 2$ ), o conjunto dos  $w_i$  define o hiperplano de separação. Iterações consecutivas resultam em adaptações da reta (hiperplano) em busca de minimizar os erros de classificação (FIGURA 2). O parâmetro  $\alpha$  (ganho de adaptação), dimensiona a escala de modificação nos pesos sempre que há um erro no treino. Valores de  $\alpha$  muito reduzidos levam a uma aprendizagem muito lenta, enquanto valores de  $\alpha$  elevados podem impedir a convergência para uma situação ótima.

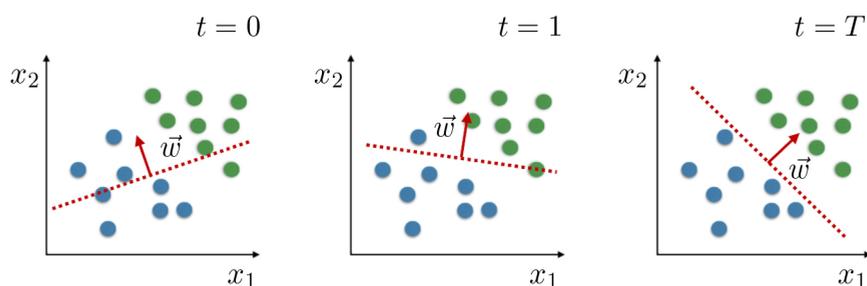


FIGURA 2. Visualização de sucessivas iterações do algoritmo de Rosenblatt para treino do perceptrão (onde, tipicamente,  $T \gg 1$ ).

Após o treino com o conjunto de dados anotados, o perceptrão está pronto para ser usado em tarefas de classificação com novos dados. O desempenho do modelo está intimamente ligado à sua capacidade de generalização. No exemplo do diagnóstico de pacientes, isto significa obter classificações automáticas para a condição clínica novos pacientes.

Dos esquemas da FIGURA 2, fica claro que o perceptrão tem bons desempenhos apenas em dados linearmente separáveis. Nas condições em que as fronteiras de decisão reais são curvas (superfícies) complexas, o perceptrão terá forçosamente taxas de erros elevados. Mas se um perceptrão não é suficiente, porque não combinar múltiplos perceptrões?

Tal como os sistemas nervosos combinam múltiplos neurónios para suportar computações mais complexas, múltiplos perceptrões podem ser combinados para aumentar de forma muito significativa o desempenho em tarefas de classificação. Muitas redes neuronais artificiais usadas atualmente em tarefas de processamento complexas não são mais do que conjuntos vastos de perceptrões organizados em multicamadas: as respostas de uma camada de perceptrões serve de entrada para a próxima camada de perceptrões, até culminar num perceptrão final que disponibiliza a decisão binária (FIGURA 3).

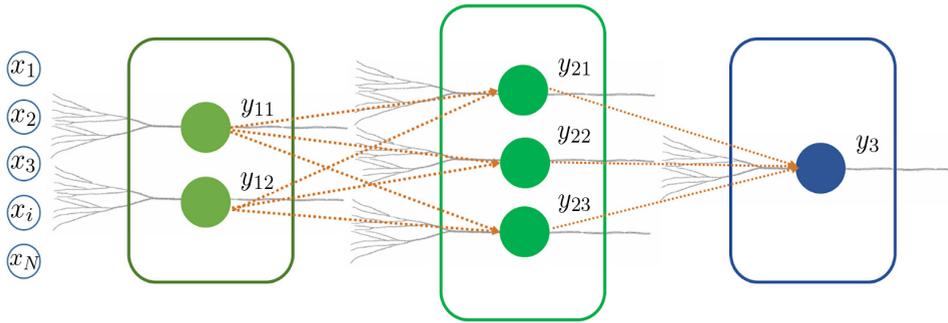


FIGURA 3. Rede neuronal artificial composta por múltiplas camadas de perceptrões.

O treino de redes neurais artificiais compostas por camadas de perceptrões é mais complexo, e não pode ser feito através do algoritmo de Rosenblatt. Na década de 80 foi desenvolvido por vários investigadores um algoritmo recursivo para este efeito, denominado método da retropropagação do erro.

As redes neurais artificiais, como método de aprendizagem automática, dominam atualmente várias vertentes das nossas vidas. Têm um papel importante em áreas da saúde, na gestão de anúncios personalizados, no reconhecimento de voz, entre muitas outras áreas. São também parte integrante na indústria de jogos, onde podem aprender e conferir adaptação às características do jogador humano.

Desafiamos o leitor a experimentar construir o seu próprio perceptrão. Pode usar uma linguagem de programação de alto nível como o Python ou o MATLAB, como pode simplesmente usar o Microsoft Excel.

---

# O que é o $e$ para o computador?

Paulo Beleza de Vasconcelos

Universidade do Porto

Como é que o computador ou a máquina de calcular nos fornecem o valor de  $e$ ? E de  $e^{0,1}$ ? A mesma questão pode ser colocada para o valor de outras funções num ponto: por exemplo,  $\sin$ ,  $\cos$  e  $\log$ . Se se pensar que um computador trabalha apenas com as operações elementares “+”, “-”, “ $\times$ ” e “/”, então o cálculo deve passar por exprimir a função exponencial em termos destas operações.

## Motivação

Como aproximar  $e^{0,1}$ ?

Considere-se  $f(x) = e^x$  uma função infinitamente derivável em 0. Ora, sabe-se que  $f(0) = e^0 = 1$ . Como a derivada da função exponencial é a própria função exponencial, então  $f'(0) = e^0 = 1$ . Sabendo a imagem de  $f$  e da sua derivada na origem, pode-se construir a reta tangente a  $f$  em 0:  $y = f(0) + f'(0)x = 1 + x$ . Para pontos  $x$  próximos da origem, a reta tangente permite-nos obter uma boa aproximação para  $f(x)$ . Ou seja,  $e^{0,1} \approx e^0 + e^0 \times 0,1 = 1,1$ . Ora o valor fornecido pelo computador é: 1,105170918075648, pelo que se tem uma casa decimal correta.

Como melhorar? Bem, se no caso anterior se construir a reta tangente, polinómio de grau 1,  $P_1(x)$ , tal que  $f(0) = P_1(0)$  e  $f'(0) = P_1'(0)$ , então pode-se tentar construir um polinómio de grau 2 na condição de adicionalmente satisfazer  $f''(0) = P_2''(0)$ . Assim, sendo  $P_2(x) = a + bx + cx^2$ , tem-se que  $P_2(0) = a$ ,  $P_2'(0) = b$  e  $P_2''(0) = 2c$ . Pelo que  $a = e^0 = 1$ ,  $b = e^0 = 1$  e  $2c = e^0 = 1$ , donde o polinómio de segundo grau que verifica as três condições anteriores é  $P_2(x) = 1 + x + \frac{1}{2}x^2$ . Pode-se então aproximar “melhor”  $e^{0,1}$  através de  $P_2(0,1) = 1 + 0,1 + 0,005 = 1,105$ , e passa-se a ter três casas decimais coincidentes.

Este processo pode ser continuado para um polinómio de grau  $n$  centrado em  $0$ ,  $P_n(x) = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \dots + \frac{1}{n!}x^n$ , que se designa por polinómio de Taylor de grau  $n$  centrado em  $0$  (FIGURA 1).

### Série de Taylor

Seja  $f(x)$  uma função infinitamente derivável. O polinómio de Taylor de grau  $n$  centrado em  $x_0 \in \mathbb{R}$  vem dado por

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k$$

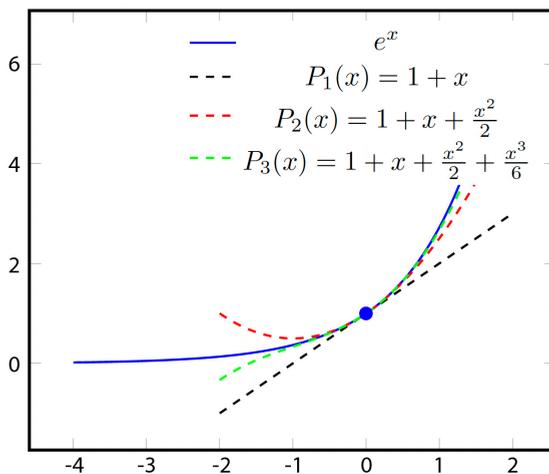


FIGURA 1. A função exponencial e os polinómios de Taylor de grau 1, 2 e 3 centrados em 0 da função exponencial.

sendo  $f^{(k)}$  a derivada de ordem  $k$  de  $f$ . Na verdade, o valor de  $n$  pode crescer até ao infinito (e mais além...). Define-se série de Taylor da função  $f$  centrada em  $x_0$  e avaliada em  $x$  à soma infinita

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k.$$

Para a função exponencial, tem-se

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{x_0}}{k!} (x - x_0)^k.$$

Quando a série se desenvolve em torno de  $x_0 = 0$  é designada por série de Maclaurin. A aproximação pelo polinómio de Taylor resulta então de truncar a série de Taylor num número finito de termos.

Várias questões se podem levantar:

- Para aproximar o valor de uma função num ponto, qual o valor de  $x_0$  a escolher? A função pode estar definida para todo o real, mas apenas na vizinhança de  $x_0$  a aproximação polinomial deve dar bons resultados. Como melhorar a aproximação?
- Que condições devem ser verificadas para que a série seja convergente? Na verdade poderá não haver convergência para um dado valor de  $x_0$ , e polinómios com elevado grau trazem problemas ao cálculo numérico: crescimento rápido de  $n!$  (fração a convergir para zero muito rapidamente) e potências muito elevadas de  $(x - x_0)^k$ .

Para melhorar o cálculo numérico pode-se evitar o cálculo explícito das potências e fatorial, basta verificar (método de Horner) que

$$e^x = 1 + x\left(1 + \frac{x}{2}\left(1 + \frac{x}{3}\left(1 + \dots\right.\right.\right.$$

pode ser usado para exprimir a série de Taylor da função exponencial em torno de 0.

### Análise do erro

Sendo  $P_n(x)$  o polinómio de Taylor de grau  $n$  centrado em  $x_0$ , pode-se definir o erro absoluto em aproximar  $f(x)$  por  $P_n(x)$ :

$$R_n(x) = |f(x) - P_n(x)|.$$

No caso da função exponencial

$$\begin{aligned} R_n(x) &= \left| \frac{e^{(n+1)c}}{(n+1)!} (x - x_0)^{n+1} \right| \\ &= \left| e^c \frac{e^{(n+1)}}{(n+1)!} (x - x_0)^{n+1} \right| \end{aligned}$$

sendo  $c$  um valor real que satisfaz  $x_0 \leq c \leq x$ . Ora como a função exponencial é crescente, então atinge o maior valor no extremo direito do intervalo  $[x_0, x]$ . Então, o erro absoluto é majorado por

$$R_n(x) \leq \left| e^x \frac{(x - x_0)^{n+1}}{(n+1)!} \right|$$

e o relativo por

$$\frac{R_n(x)}{e^x} \leq \left| \frac{(x-x_0)^{n+1}}{(n+1)!} \right|.$$

Note-se que  $|P_{n+1}(x) - P_n(x)| = \left| \frac{(x-x_0)^{n+1}}{(n+1)!} \right|$ , e o erro relativo em  $P_n(x)$  é majorado pelo termo de ordem  $n + 1$  da série de Taylor. Assim, pode-se determinar quantos termos  $n$  terão de ser considerados para que uma precisão de  $\text{tol}$  seja verificada:

$$\left| \frac{(x-x_0)^n}{n!} \right| \leq \text{tol}.$$

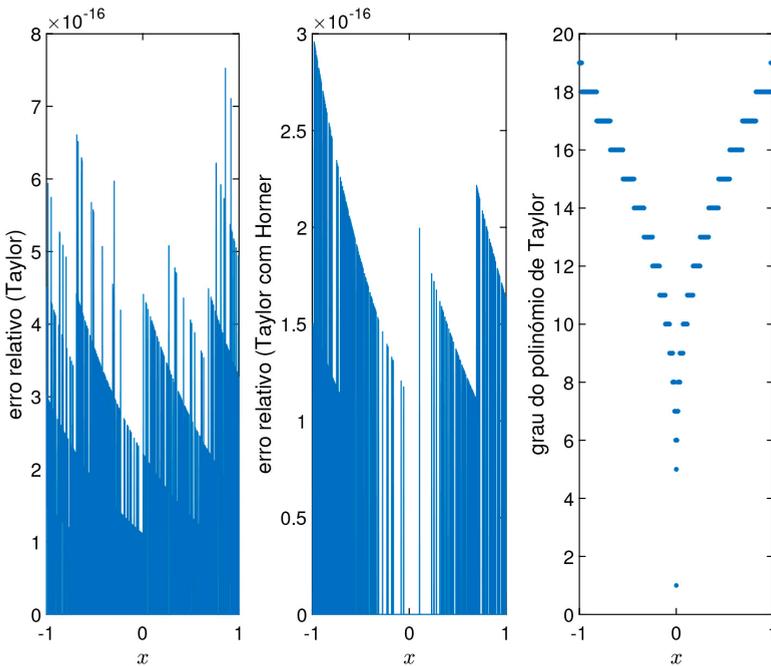


FIGURA 2. Erro relativo para aproximações de  $e^x$ ,  $x \in [-1, 1]$ , com polinômio de Taylor em torno de 0,  $P_n(x)$ , e grau  $n$  usado para cada valor de  $x$  de forma a que  $\left| \frac{x^n}{n!} \right| \leq 10^{-16}$ .

Na FIGURA 2 mostram-se os erros relativos ao aproximar  $e^x$ , para  $x \in [-1, 1]$ , usando polinômios de Taylor de grau  $n$ , centrados em 0, a satisfazer  $\left| \frac{x^n}{n!} \right| \leq 10^{-16}$ . À medida que o valor que se pretende aproximar se afasta de 0, o grau do polinômio a usar vai aumentando, mas a qualidade da aproximação vai sendo menos boa.

---

# O espaço acelerado e retardado

## da Cidade da Criança do Funchal

João Pedro Xavier

Universidade do Porto

A estrutura espacial composta por um espaço em perspetiva acelerada e um espaço em perspetiva retardada, foi concebida para integrar a Cidade da Criança do Funchal. Neste artigo, para além de se enquadrar histórica e culturalmente o surgimento deste tipo de espaços, são dissecadas algumas das suas características geométricas e os pressupostos perceptivos que facilitam a consecução da ilusão. No módulo, ambos os espaços previamente perspetivados, são conjugados de modo a que, de um ponto de vista pré-determinado, sejam visualizados como um espaço único com a configuração de um paralelepípedo regular.

A estrutura espacial, composta por um espaço em perspetiva acelerada e um espaço em perspetiva retardada (ou contraperspetiva), foi concebida para integrar a *Cidade da Criança do Funchal*, inaugurada em 2006.

Analisando a planta desta estrutura (FIGURA 1) notamos o seguinte:

- A vermelho está representado o espaço virtual;
- As linhas a azul, convergentes no Ponto de Vista, correspondem aos raios visuais;
- Esses raios contêm as arestas verticais da parede de fundo, quer do espaço real, quer do espaço virtual, permitindo que a realidade dê lugar à ilusão, ou seja, que um compartimento distorcido seja visto como um espaço paralelepédico regular.

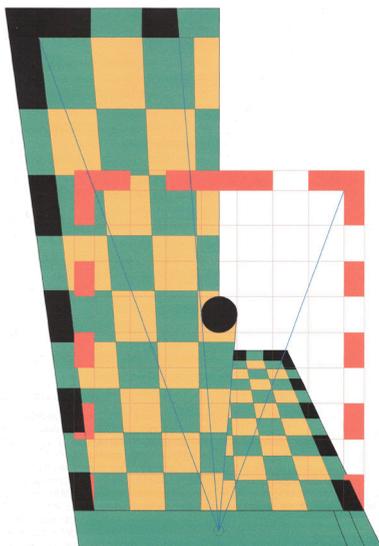


FIGURA 1. Planta do espaço acelerado e retardado.

Resulta daqui que a ilusão é de tal forma bem conseguida, que pessoas situadas no canto direito do compartimento sejam percebidas como tendo o dobro da altura de outras, de estatura semelhante, situadas no canto esquerdo (FIGURA 2).



FIGURA 2. A fusão do espaço acelerado e retardado a partir do Ponto de Vista.

Nem este facto absurdo (explicável devido à diferença de distância entre o Observador e essas pessoas) nos impede de deixar de apreender o espaço como regular aceitando assim, por momentos e sem qualquer drama, um mundo povoado de anões e de gigantes.

#### **Espaço acelerado vs espaço retardado (ou contraperspético) — Definição e enquadramento**

A perspetiva acelerada e a perspetiva retardada (ou contraperspética) são perspetivas tridimensionais (também ditas perspetivas-relevo), em que as superfícies que limitam o espaço que, em si mesmo, já se encontra perspetivado, se perfilam conforme as faces de uma pirâmide. São espaços para ser observados segundo o eixo da pirâmide referida (perpendicularmente à base, portanto), classificando-se como acelerados se essas superfícies convergem no mesmo sentido da observação e como contraperspéticos se, pelo contrário, são divergentes. Esta configuração particular, se visionada dentro das condições referidas, permite criar a ilusão de que o espaço que se nos depara corresponde a uma caixa espacial paralelepipedica perfeitamente regular, com maior profundidade do que o espaço real, no caso da aceleração, e menor, no caso do retardamento. No primeiro caso o espaço dilata-se; no segundo contrai-se.

Estes mesmos pressupostos, de forma e de observação, tendo em vista a simulação de um espaço muito concreto, levam-nos a considerar a perspetiva acelerada e a contraperspética como uma variação sobre o tema da perspetiva central (a um ponto de fuga) ou, mais precisamente, como um simulacro deste modo de perspetiva que dominou todo o Renascimento com as respetivas implicações ao nível da concepção do espaço. É precisamente nesta referência às circunstâncias históricas do seu aparecimento que a emergência deste fenómeno derivado da perspetiva central se torna particularmente relevante, já que é com o Maneirismo que a investigação e a prática da perspetiva acelerada e da contraperspética se afirmam decisivamente (apesar de ter já despontado no Alto-Renascimento) porque a atuação direta sobre a ordem estabelecida, visando a sua distorção e corrupção de tal modo que este procedimento subversivo não ultrapasse os limites previamente definidos, ainda que, não totalmente consciencializados ou potencializados, é um dos aspetos que melhor caracteriza a intervenção maneirista. Acrescem ainda outros factores, como sejam: a necessidade de expressar a dúvida, visível neste jogo do ser face ao não ser ou do parecer que é sem o ser, despertando a ambiguidade e a multivalência, dando azo à sobreposição de conteúdos e à multiplicação de possibilidades de leitura; a vontade de cristalizar situações de tensão e conflito sem possibilidade de resolução imediata; a nível espacial uma dinâmica só detetável a partir do momento em que, em consonância com o apelo surdo mas irresistível que vem do próprio espaço, se torna inevitável ir ao seu encontro, determinando que a apropriação do espaço seja feita através do movimento, sendo este vaivém, também ele, o indício de um renovado posicionamento do homem no mundo, decerto mais contingente mas, talvez por isso, também mais humano.



FIGURA 3. Campidoglio, Roma. Miguel Ângelo, 1536-46. O desenho desta praça, e dos edifícios que a conformam, é um exemplo paradigmático de uma contraperspectiva.

### Forma espacial real

A forma dos espaços acelerados e contraperspéticos é piramidal, correspondendo normalmente a um tronco de pirâmide, sendo o espaço qualificado em função do modo como essa pirâmide se orienta para o Observador (FIGURA 4).

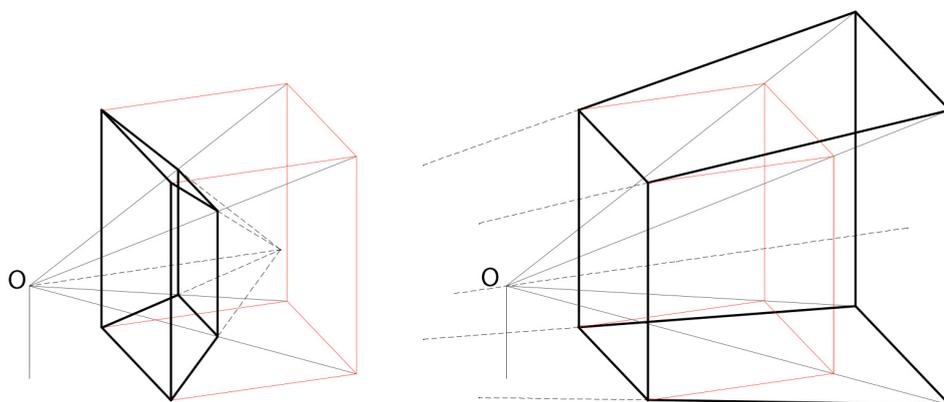


FIGURA 4. O espaço acelerado e contraperspético como espaço piramidal.

Colocado o Observador no eixo da pirâmide truncada, ficarão as suas bases de frente para o Observador. Se a base maior for a mais próxima do Observador, o espaço é acelerado (neste caso as faces da superfície piramidal convergem no mesmo sentido da observação), se for a mais afastada, o espaço é contraperspético (aqui, as faces da superfície piramidal divergem no mesmo sentido da observação).

Daqui se depreende de imediato que um mesmo espaço se é acelerado tem de ser necessariamente contraperspético e vice-versa, sendo a classificação adotada em função da possibilidade da observação acontecer com mais probabilidade a partir de um dos lados do espaço piramidal (FIGURA 5).

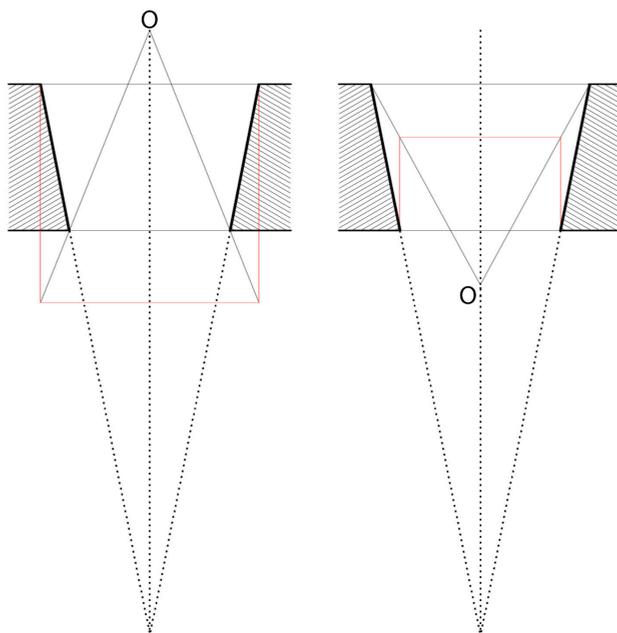


FIGURA 5. Espaço piramidal em perspectiva acelerada ou em contraperspectiva.

### Ponto de Vista vs Ponto de Observação

Apesar da sua realidade tridimensional, a perspectiva acelerada e a contraperspectiva implicam, como qualquer outra perspectiva, a existência de um Ponto de Vista preciso, sendo o seu efeito ilusório obtido na totalidade quando o Observador se coloca nesse ponto.

Além desta condição prévia, deve cumprir-se uma outra restrição inerente à *perspectiva artificialis*, que é a sua condição de monocularidade, uma vez que a visão binocular destruiria de imediato a ilusão invalidando qualquer tentativa de escamotear a profundidade real.

# Envolventes

João Nuno Tavares

CMUP/ Universidade do Porto

Neste curto artigo vamos explorar um processo dinâmico de produzir superfícies regradas planas, a partir do movimento de retas num plano, que geram, por sua vez, curvas especiais, como envolventes, evolutas e outras, sob certas condições técnicas que não são especificadas, para manter o artigo num nível elementar. A generalização natural consiste em gerar superfícies regradas no espaço, usadas, por exemplo, em obras arquitetónicas de Calatrava e outros.

## Um modelo

Os padrões que vamos analisar neste artigo têm todos uma característica comum: são formados pelas diversas posições de uma reta  $R$  que se desloca no plano, com um movimento que depende de uma variável  $t$  (tempo), que varia num certo intervalo  $T$ . Por outras palavras, em cada instante  $t \in T$ , a reta  $R$  ocupa uma posição que designamos por  $R(t)$ , e o padrão é formado por todas essas retas  $\{R(t)\}_{t \in T}$ .

Como se sabe, a equação de uma reta no plano, quando neste se fixa um referencial cartesiano, é da forma:

$$ax + by + c = 0$$

Como a reta se move com o tempo  $t$ , a equação da sua posição no instante  $t$  será pois do tipo:

$$a(t)x + b(t)y + c(t) = 0$$

onde  $a(t)$ ,  $b(t)$  e  $c(t)$  são funções de  $t$ , bem determinadas pela lei do movimento de  $R$  (vamos supôr que  $R(0) = R$ ). Vejamos um exemplo concreto.

## Um exemplo concreto

$$R(t) : (1 - 2t)x + y + 2t(t - 1) = 0$$

Aqui as funções  $a$ ,  $b$  e  $c$  são respetivamente,  $a(t) = 1 - 2t$ ,  $b(t) \equiv 1$  e  $c(t) = 2t(t - 1)$ . Suponhamos ainda que  $t$  varia no intervalo  $T = [-5, 5]$ . O padrão é o seguinte (veja o *applet* Geogebra na versão online):

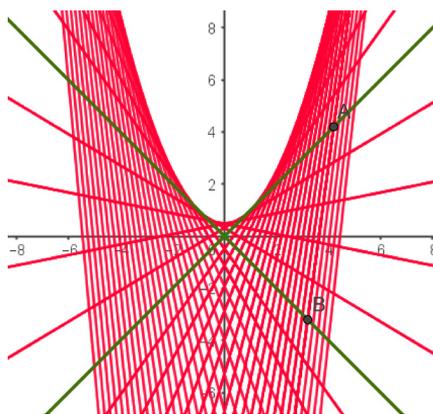


FIGURA 1. A reta vermelha move-se envolvendo uma parábola.

Neste exemplo as retas  $\{R(t)\}_t$  parecem envolver uma parábola. O exemplo foi construído da seguinte maneira: considerámos as duas retas  $y = x$  e  $y = -x$  (as bissetrizes dos quadrantes) no plano. Sobre a reta  $y = x$ , desloca-se um ponto  $A$ , para cima, com velocidade uniforme, partindo do ponto  $(-5, -5)$ , no instante  $t = -5$ . No instante  $t \geq -5$ , o ponto  $A$  estará na posição  $A(t) = (t, t)$ . Sobre a reta  $y = -x$  desloca-se, para baixo, um outro ponto  $B$ , com a mesma velocidade uniforme, partindo do ponto  $(-6, 6)$ , no instante  $t = -5$ . O ponto  $B$  no instante  $t \geq -5$  estará na posição  $B(t) = (-1 + t, 1 - t)$ .

Para cada  $t$  no intervalo  $T = [-5, 5]$ , a reta  $R(t)$  é a que une os pontos  $A(t)$  e  $B(t)$ . A sua equação é:

$$(1 - 2t)x + y + 2t(t - 1) = 0$$

como o leitor poderá verificar sem qualquer dificuldade — exatamente a equação que ilustrámos na secção anterior. Eis algumas questões:

- como podemos mostrar com rigor que as retas  $R(t)$  envolvem uma parábola?
- o que significa envolver?
- como calculamos a equação dessa parábola?

Antes de responder a estas e outras questões, vamos analisar mais alguns exemplos.

### Mais exemplos

Os exemplos seguintes são obtidos juntando vários módulos idênticos ao descrito na secção anterior. Assim, na FIGURA 2A), à esquerda (e no *applet* da versão online) temos três módulos, formando um triângulo equilátero, cada um deles envolvendo uma parábola. Já na FIGURA 2B) temos quatro módulos, formando um quadrado, cada um deles envolvendo uma parábola.

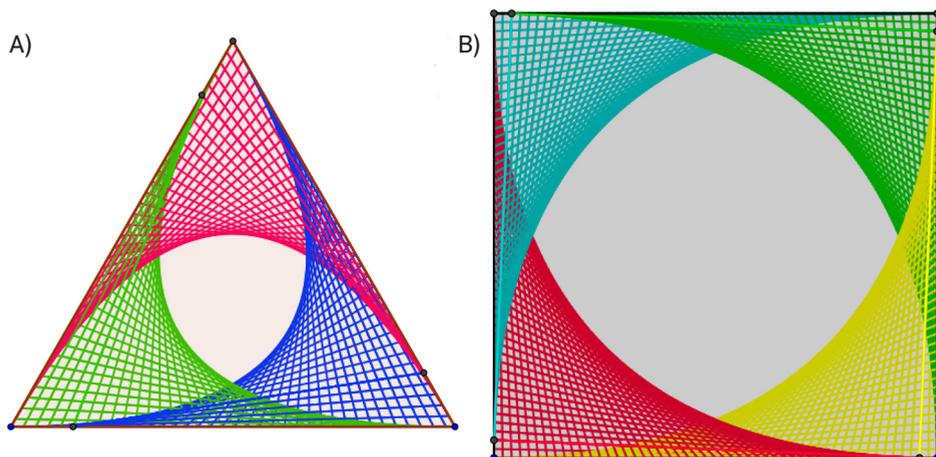


FIGURA 2. A) As retas azul, verde e vermelha movem-se envolvendo três parábolas. B) As retas azul, verde, vermelha e amarela movem-se envolvendo quatro parábolas.

O leitor não terá dificuldade em descrever como são formados nas FIGURAS 2A) e 2B) (ver os *applets* na versão online). Espera-se que se sinta suficientemente estimulado para construir os seus próprios exemplos com Geogebra, ou qualquer outro programa de Geometria Dinâmica. Mãos à obra, então!

### A teoria — Definição de envolvente

Considere de novo uma família de retas  $\{R(t)\}_t$ , que continuamos a imaginar como as sucessivas posições resultantes de um determinado movimento de uma reta dada  $R$ . A envolvente da família de retas  $\{R(t)\}_{t \in T}$  é uma curva  $E$  que, em cada um dos seus pontos, é tangente a alguma das retas  $R(t)$ . Para explicar como calculamos a envolvente, vamos de novo usar o exemplo concreto que considerámos no início:

$$R(t) \doteq (1 - 2t)x + y + 2t(t - 1) = 0$$

### Ponto característico

Fixemos um instante  $t$  arbitrário e a reta  $R(t)$ . Para um  $h > 0$  muito pequeno, consideremos a reta  $R(t + h)$ . Qual a equação desta reta? É evidentemente:

$$R(t + h) = (1 - 2(t + h))x + y + 2(t + h)((t + h) - 1) = 0$$

Estas duas retas interseitam-se num ponto situado na reta  $R(t)$ . O problema é determinar (com  $t$  fixo), a posição limite deste ponto, quando  $h \rightarrow 0$ . A este ponto limite chama-se o ponto característico  $C(t)$  da reta  $R(t)$  (FIGURA 3).

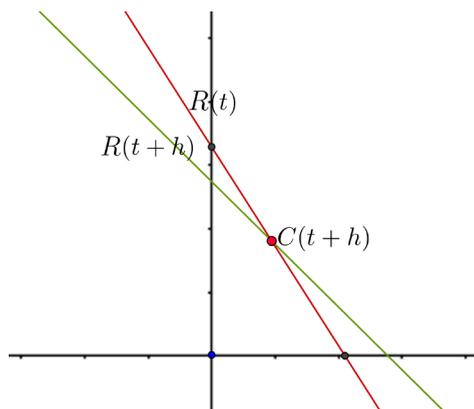


FIGURA 3. Ponto característico.

### Envolvente

Quando  $t$  varia, o ponto característico  $C(t)$  descreve uma curva que é exatamente a envolvente das retas  $R(t)$ . No exemplo que temos vindo a tratar, será uma parábola.

Vejamos então como calcular a equação da envolvente. Para um  $t$  fixo e um  $h$  muito pequeno, mas diferente de 0, o ponto de interseção das duas retas próximas  $R(t)$  e  $R(t+h)$ , calcula-se procurando a solução  $(x, y)$  das duas equações seguintes:

$$\begin{cases} R(t) &= (1 - 2t)x + y + 2t(t - 1) &= 0 \\ R(t+h) &= (1 - 2(t+h))x + y + 2(t+h)((t+h) - 1) &= 0 \end{cases}$$

Mas não podemos fazer  $h = 0$  nestas equações — senão elas coincidiam e haveria uma infinidade de soluções. Em vez disso, substituímos o sistema anterior pelo equivalente (não esqueça que  $h \neq 0$ ):

$$\begin{cases} R(t) &= 0 \\ \frac{R(t+h) - R(t)}{h} &= 0 \end{cases}$$

Fazemos agora  $h \rightarrow 0$  na segunda equação, com  $t$  fixo, e representamos o resultado por  $\partial_t R(t)$ :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{R(t+h) - R(t)}{h} = \partial_t R(t)$$

A equação da envolvente calcula-se finalmente, eliminando  $t$  nas duas equações seguintes:

$$\begin{cases} R(t) &= 0 \\ \partial_t R(t) &= 0 \end{cases}$$

---

# Estudo das proteases Cat B e L

**Proteínas humanas fundamentais para a replicação do vírus SARS-CoV-2, causador da pandemia COVID-19**

Mariana Cunha, Pedro A. Fernandes, Maria João Ramos  
Universidade do Porto

**A entrada do vírus SARS-CoV-2 no corpo humano necessita da ação de proteases de cisteína — catepsinas B e L. Estas estão envolvidas na clivagem da proteína espicular do vírus, passo essencial para que o vírus se instale, desenvolva e multiplique na célula hospedeira. Pensa-se que a inibição das catepsinas B e L possa ser uma nova forma de diminuir a propagação desta doença na população mundial.**

Identificada pela primeira vez na cidade de Wuhan, na China, em 2019, a doença vírica causada pelo SARS-CoV-2 proliferou pelo mundo, tendo sido denominada de COVID-19. Esta doença pode ser traduzida por ligeiros sintomas, sendo esta a sintomatologia mais comum em casos confirmados. Porém, muitos outros experimentam sintomas muito fortes e em casos extremos, morte. O vírus SARS-CoV-2 é o causador da síndrome respiratória aguda grave, propaga-se através de gotículas projetadas pelo nariz ou pela boca, quando tossimos, espirramos, falamos ou até mesmo quando respiramos. A sua taxa de transmissão é elevada, o que faz dele uma verdadeira ameaça à população, e o seu combate ou prevenção de o contrairmos passa pelo uso de máscara, distância social, lavagem das mãos com sabão várias vezes ao dia, ou, em alternativa, a desinfeção das mãos com produtos à base de álcool. O SARS-CoV-2 é conhecido pela sua forma esférica e é constituído por proteínas envelope (E), proteínas membranares (M), proteínas espiculares (S, do inglês *spike*) e pelo material genético (FIGURA 1). As proteínas M e S têm um importante envolvimento na instalação e replicação do vírus no hospedeiro.

As catepsinas são enzimas, ou seja, são moléculas que aceleram reações químicas. Tratam-se de enzimas do tipo “protease de cisteína”, visto que contêm um resíduo de cisteína reativo no seu centro ativo, e encontram-se na maioria das células humanas. Estas enzi-

mas têm um papel importante na degradação intracelular de proteínas. Para a sua atividade ser maximizada, o pH deverá ser ácido, entre 4,5 e 5,0. A catepsina L é, geralmente, encontrada em todos os tipos de células e é composta por 220 resíduos de aminoácido e tem como função primordial a degradação de proteínas. A catepsina B apresenta estrutura e função semelhante à catepsina L; porém, apresenta um segmento adicional peptídico, denominado laço de oclusão (do inglês, *occlusion loop*). Este segmento é constituído por 20 resíduos de aminoácido e tem como função o bloqueio do centro ativo da catepsina (FIGURA 2), devido ao posicionamento estratégico de duas histidinas (His110 e His111). Também os resíduos His110 e Asp22 criam entre si uma ponte salina que confere uma certa rigidez ao laço, sendo esta ligação a responsável pela influência do pH na atividade da catepsina. Os resíduos Arg116 e Asp224 estabelecem também entre si interações, assim como os resíduos de cisteína 108 e 109, que formam uma ponte dissulfureto.

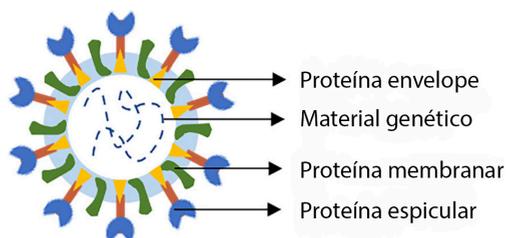


FIGURA 1. Estrutura do vírus SARS-CoV-2.

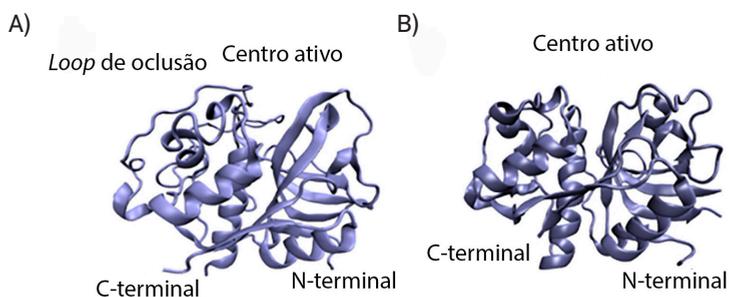


FIGURA 2. A) Representação das catepsinas B. B) Representação das catepsinas L, evidenciando as suas estruturas secundárias, bem como os seus centros ativos. (PDB ID: 2IPP e PDB ID: 3BC3, respetivamente).

O laço de oclusão pode ser encontrado de duas formas: aberto e fechado. Quando o laço se encontra na posição aberta (antes da maturação da catepsina B) as cadeias laterais dos resíduos His110 e Asp224, bem como as cadeias laterais de His111 e Asp224, encontram-se muito próximas entre si. Após a maturação, estas interações são removidas e são construídos novos pontos de ligação. A FIGURA 3 ilustra interações que existem entre os resíduos quando o laço se encontra na posição fechada.

Ambas as catepsinas apresentam centros ativos contendo cisteína e histidina, porém o tamanho e forma destes locais de ligação apresentam diferenças, ainda que ligeiras.

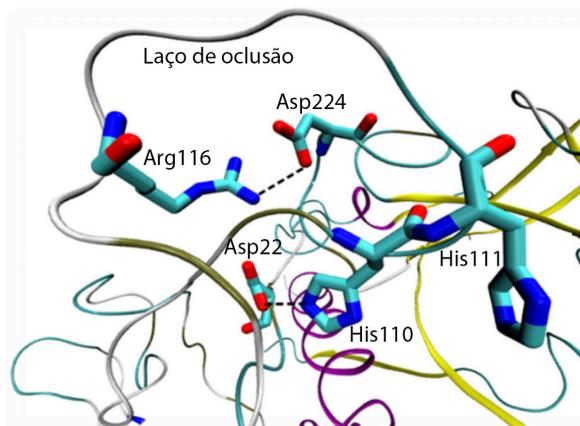


FIGURA 3. Resíduos responsáveis pela posição do laço de oclusão após a maturação da catepsina B, quando se encontra na posição fechada.

A replicação do vírus divide-se em três passos fundamentais. Na primeira etapa dá-se a entrada do vírus na célula, de seguida dá-se a replicação do RNA do vírus e, por último, a montagem viral ocorre e o vírus abandona a célula hospedeira. O primeiro passo para a entrada do vírus nas células hospedeiras é a ativação da sua proteína espicular. A proteína espicular é composta por duas subunidades, S1 e S2 (FIGURA 4).

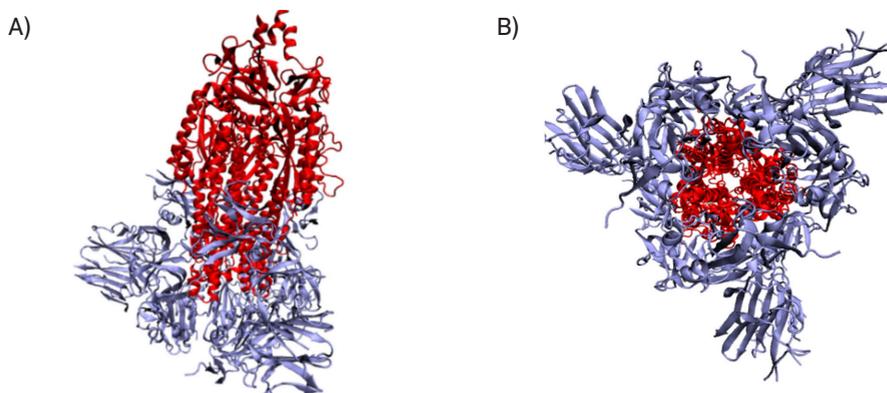


FIGURA 4. Representação da proteína espicular do SARS-CoV-2, evidenciando as suas subunidades, S1 representada a azul e S2 a vermelho. PDB ID: 6VXX. A) Proteína espicular em prespetiva lateral. B) Proteína espicular em prespetiva superior.

Durante a entrada do vírus na célula hospedeira, estas duas subunidades são clivadas entre os resíduos Thr696 e Met697, por diversas proteínas — pela protease transmembranar serina 2 (TMPRSS2), por pro-proteínas convertases (como a furina), por proteases

extracelulares (como as elastases) mas, principalmente, pela catepsina L. A catepsina L é a principal responsável pela clivagem da glicoproteína devido ao seu pH ácido que é muito propício para o efeito. A entrada do vírus pode dar-se por endocitose, difusão simples ou ainda por ligação a recetores. O processo endocítico apresenta-se representado na FIGURA 5.

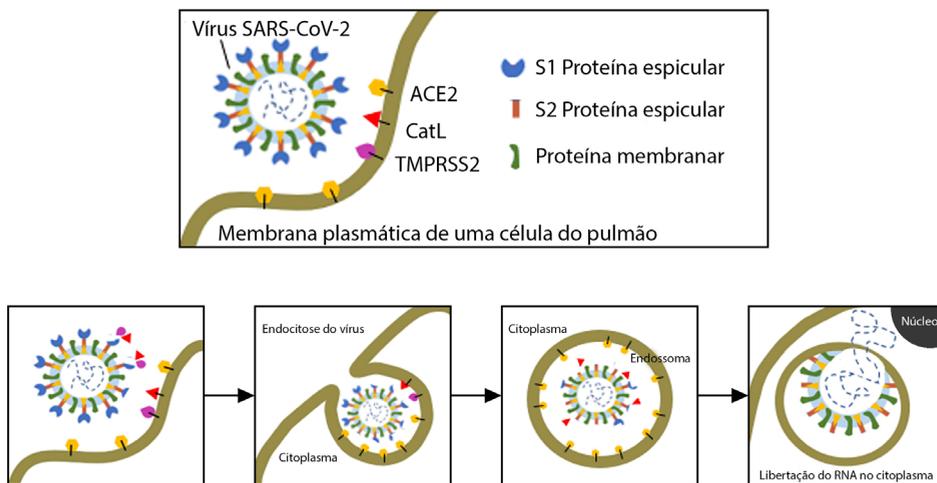


FIGURA 5. Possível mecanismo de entrada do vírus nas células hospedeiras.

A subunidade S1 do vírus liga-se ao recetor superficial da célula hospedeira, ACE2 (do inglês *angiotensin-converting enzyme 2*) e, de seguida, a subunidade S2 sofre uma outra clivagem para promover a ativação do péptido de fusão hidrofóbico, fazendo com que este se funda na membrana, introduzindo o seu RNA na célula hospedeira. Durante esta fusão na membrana, continua a degradação da subunidade S1 pela enzima Cat L. Relativamente ao papel da catepsina B, ainda muito pouco se sabe.

---

# Os gâmetas

## no contexto da reprodução humana assistida

Ana Margarida Aleixo\*, Vasco Almeida<sup>†</sup>

\*CIIMAR/ Universidade do Porto

<sup>†</sup>DB/ FCUP

Estima-se que, em todo o mundo, entre 10% a 15% dos casais em idade fértil não consigam realizar o sonho de gerar um filho. Diz-se, neste caso, que o casal enfrenta problemas de infertilidade, sendo esta condição uma causa considerável de sofrimento emocional e psicológico. No passado, a infertilidade era considerada como uma fatalidade biológica insuperável mas, atualmente, os casais inférteis têm na reprodução humana assistida a possibilidade de realizar o seu objetivo de alargamento da família. A importância destas técnicas é revelada por estudos recentes, que mostram que 1 em cada 50 crianças que nascem na Europa são resultado de tratamentos de reprodução humana assistida.

Um dos primeiros passos para avaliação da situação de infertilidade e escolha do caminho a seguir (entre as diversas técnicas disponíveis), passa pela avaliação dos gâmetas do casal, ou seja, das suas células reprodutoras. Para a maior parte dos tratamentos de reprodução humana assistida será necessária a recolha desses gâmetas e a sua preservação, o que acarreta grandes desafios tecnológicos e éticos à comunidade científica.

### Gâmetas masculinos

O espermograma é uma análise da amostra seminal que permite avaliar o potencial de fertilidade do homem. Faz-se um estudo das características de visualização direta e das características microscópicas do sémen. Assim, é possível obter informações importantíssimas: se a espermatogénese (processo de formação dos gâmetas masculinos, que ocorre no interior dos testículos) ocorre de forma expectável, se ocorre o amadurecimento dos espermatozoides, se os canais deferentes estão desimpedidos e se as glândulas anexas estão a funcionar de forma correta.

O exame macroscópico inclui parâmetros como aparência visual, liquefação, viscosidade, volume e pH. Paralelamente, deve ser realizado um exame microscópico que permita avaliar a motilidade, vitalidade, concentração e morfologia dos espermatozoides, bem como a presença de outras células não espermatóicas (como células epiteliais, células germinativas imaturas ou leucócitos, por exemplo) ou de anticorpos anti-espermatozoides (FIGURA 1).

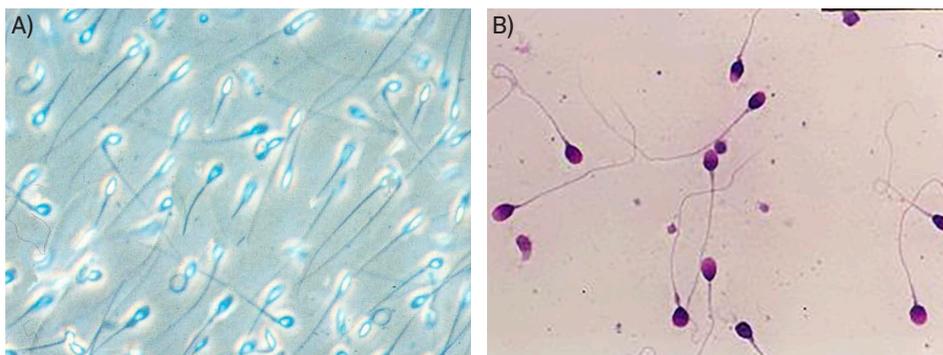


FIGURA 1. Observação ao microscópio óptico de amostras de espermatozoides, ampliados 1000x. A) preparação a fresco (sem coloração). B) preparação com coloração, de forma a evidenciar a morfologia dos espermatozoides.

As medições obtidas devem ser comparadas com valores de referência, definidos pela Organização Mundial de Saúde (OMS), expressos na TABELA 1. Contudo, é importante salientar que poderá haver homens cujas características de amostra seminal estejam abaixo destes valores sem apresentarem quadros de infertilidade.

TABELA 1. Valores de referência do espermograma, estabelecidos pela OMS (adaptado de DGS, 2011, p. 10).

Parâmetros	Valores de referência
Volume	$\geq 1,5$ ml
pH	$\geq 7,2$
Concentração	$\geq 15 \times 10^6/\text{ml}$
Contagem total	$\geq 40$ milhões no ejaculado
Mobilidade progressiva	$\geq 32\%$
Morfologia normal	$\geq 4\%$
Vitalidade	$\geq 58\%$
Leucócitos	$< 1 \times 10^6/\text{ml}$
Teste MAR*	$< 50\%$ móveis

\* Reação mista de antiglobulina, permite detetar a presença de anticorpos anti-espermatozoides.

Embora estes sejam os valores de referência, estudos recentes mostram o quanto os avanços tecnológicos permitem melhorar as metodologias para análise da qualidade espermática, definindo melhor a infertilidade masculina e fornecendo melhores prognósticos para as técnicas de reprodução humana assistida que tenham de ser utilizadas. Um exemplo é um estudo muito recente que alerta para a quantidade de espermatozoides com ADN fragmentado mas morfologia normal, encontrados em muitos indivíduos inférteis, contrariando a ideia generalizada de que gâmetas com aspeto padronizado teriam,

inevitavelmente, conteúdo normal de ácidos nucleicos e, portanto, apresentavam garantia de serem viáveis. Outro estudo salienta que o conhecimento de marcadores moleculares de diferentes funções espermáticas pode ser útil para determinar novas estratégias terapêuticas e de diagnóstico da infertilidade masculina. Estes investigadores sugerem que se deve procurar a presença de determinadas proteínas nas membranas superficiais do espermatozoide, já que estas podem desempenhar um papel durante o desenvolvimento embrionário e, portanto, ser sinal de melhor qualidade e viabilidade do embrião.

Daqui se depreende que novas abordagens diagnósticas, apoiadas em avanços tecnológicos, permitirão, no futuro, otimizar os valores que hoje consideramos como padrão. Isto, por seu lado, vai permitir uma avaliação mais rigorosa dos espermatozoides e, conseqüentemente, contribuir para um sucesso maior das técnicas de reprodução humana assistida.

### **Gâmetas femininos**

O estudo da qualidade dos ovócitos e da função ovárica começa com exames que permitam avaliar parâmetros como a temperatura basal, quantificação de hormonas específicas (FSH — hormona foliculostimulante, LH — hormona luteinizante, estradiol, progesterona e prolactina) ou a visualização dos ovários através de ecotomografia pélvica com sonda vaginal. Desta forma, o médico procura confirmar a reserva folicular dos ovários, se ocorre ovulação ou se há lesões ováricas que comprometam a fertilidade da mulher.

Através da administração de hormonas, é possível estimular os ovários artificialmente, induzindo o amadurecimento de vários folículos no mesmo ciclo e promovendo a ovulação. Este é um procedimento de base que pode, por si só, solucionar problemas de anovulação (ausência de ovulação, que representa a principal causa de infertilidade de fator feminino).

Esta estimulação ovárica é também um passo essencial nas técnicas de reprodução humana assistida, uma vez que possibilita o aumento do número de ovócitos colhidos e, portanto, do número de embriões que poderão vir a formar-se (permitindo a seleção dos melhores, para transferência posterior e/ou que poderão ser criopreservados). Assim, consegue aumentar-se a taxa de gravidez.

---

# Laboratório escolar da paisagem

Manuela Lopes

Agrupamento de Escolas Aurélia de Sousa

**No âmbito do atual contexto de ensino e aprendizagem centrado no aluno, a Junta de Freguesia do Bonfim e as Águas do Porto aprovaram e apoiam, de forma inovadora, o projeto de um Laboratório Escolar da Paisagem (LEP) no Parque das Águas, no Porto, na proximidade de várias escolas do ensino básico e secundário.**

Jardins e parques urbanos proporcionam diversos contextos educativos onde os alunos podem ser orientados para a formulação de questões que os motivem a procurar respostas, num processo vivenciado de construção do conhecimento. A filosofia inerente à dinamização de LEP é a de uma cedência de espaço verde pedagogicamente apetrechado, pretendendo-se que as escolas utilizem o local de forma autónoma e responsável, em aulas de carácter experimental e investigativo.

Na sequência de um protocolo estabelecido entre as duas entidades referidas, o LEP do Parque das Águas foi inaugurado a 11 de janeiro de 2020 e, a partir dessa data, professores de diferentes áreas disciplinares podem aí usufruir de um contexto natural de excelência e de ferramentas pedagógicas para o desenvolvimento de aulas e de projetos com alunos, em contexto de Natureza, valorizando a observação e interpretação da paisagem.

O Parque das Águas (FIGURA 1), na cidade do Porto, proporciona uma vista deslumbrante sobre o Douro e a praia do Areinho e, no passado, foi parte de uma quinta pertencente a uma família inglesa. A quinta, com uma área verde de 68.500 m<sup>2</sup>, foi adquirida pela Câmara Municipal do Porto em 1932 para alojar os serviços do SMAS do Porto e a área arborizada foi recentemente reaberta ao público, após obras de reabilitação. Ao longo do tempo, o espaço foi progressivamente sendo enriquecido com fontes e chafarizes da cidade do Porto, que para aí foram transferidas, constituindo atualmente um Museu a céu aberto onde podem ser visitados o Brasão da Fonte de S. Domingos, o “Universo” (Irene Vilar), a Fonte de Cedofeita, a Fonte da Fontinha, a Fonte do Ribeirinho ou dos Ablativos, o Chafariz do Convento de Avé Maria, a primeira Fonte da Arrábida, a Fonte da Rua Garrett, o Bebedouro

da Praça Carlos Alberto, a Fonte do Campo Alegre, a Fonte da Feira dos Carneiros ou Charfariz de Camões, a Arca de Água de Santo Isidro, a Arca de Água do Mercado do Anjo e o Brasão da Fonte da Rua D. Pedro V.

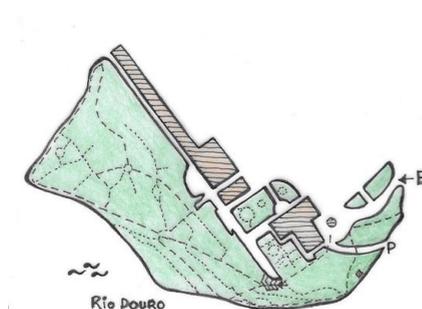


FIGURA 1. Área verde da Quinta de Nova Sintra e algum património edificado das Águas do Porto.

Do ponto de vista biológico, o espaço inclui cerca de quarenta espécies arbóreas diferentes, pertencentes a vinte e duas famílias do reino vegetal. Entre os espécimes referidos, contam-se exemplares de palmeiras, sabugueiros, sobreiros, carvalhos, magnólias e eucaliptos, e muitas outras, algumas delas originárias dos mais diferentes e longínquos locais do nosso planeta. Constituem exemplo de espécies arbóreas presentes no Parque das Águas o sobreiro (família Fagaceae), a criptoméria do Japão ou cedro do Japão (família Taxodiaceae), a cameleira ou japoneira (família Theaceae), a palmeira da sorte (família Arecaeae), o tulipeiro (família Magnoliaceae), o carvalho americano (família Fagaceae), a alfarrobeira (família Fabacea), o acer japonês (família Aceraceae), o ulmeiro (família Ulmaceae), a magnólia (família Magnoliaceae), a faia-europeia (família Fagaceae), a palmeira da Canárias (família Arecaceae), o videeiro (família Betulaceae) e a sequíóia (família Taxodiaceae). Entre as características do Parque favoráveis ao seu potencial educativo como LEP, destacam-se a diversidade da paisagem, enriquecida pelo referido património cultural de fontanários da cidade do Porto, a integração na estrutura Ecológica Urbana, o bosque com diferentes espécies autóctones, as múltiplas funções da paisagem (ecológica, recreativa, cultural, estética...), a biodiversidade florística (estratos herbáceo, arbustivo e arbóreo), a presença de algumas espécies vegetais de caráter invasor e a necessidade de controlo das mesmas, a presença de espécies bioindicadoras da qualidade do ar (líquenes) e, entre outras situações de estudo, a existência de tanques construídos onde podem ser criadas condições de qualidade da água favoráveis a diferentes ecossistemas e à sua monitorização. O referido potencial educativo é complementado pela existência de um espaço físico de apoio a atividades investigativas, com material a ser utilizado pelas escolas em trabalho pedagógico realizado em contexto real de paisagem.

Como eixos ou percursos pedagógicos, no âmbito da utilização do Parque das Águas como LEP, salientam-se os seguintes: Percurso dos fontanários no âmbito da História do Porto; Percurso da água, com a observação da qualidade da água determinante de diferentes ecossistemas; Percurso da biodiversidade e dos serviços de ecossistemas; Percurso das espécies invasoras; Percurso dos líquenes, bioindicadores da qualidade do ar; Percurso de estudos de fitossociologia. Nestes percursos pretende-se, sobretudo, fornecer pistas geradoras de um processo investigativo a desenvolver com base em questões formuladas pelos alunos.

No sentido de facilitar a utilização continuada do Laboratório Escolar da Paisagem, pelas escolas da proximidade, a Junta de Freguesia do Bonfim promoveu a compra dos materiais necessários ao trabalho investigativo, nomeadamente microscópios e lupas binoculares, material de laboratório e outro material de apoio que se encontra disponível para o trabalho de professores utilizadores do LEP, em edifício multiusos (FIGURA 2) que é parte integrante do Parque.



FIGURA 2. Edifício multiusos (vistas exterior e interior) para atividades experimentais em área coberta.

De acordo com o exposto e sendo fundamental que os alunos aprendam a compreender a Natureza, de forma direta, com conhecimento do impacto das decisões antrópicas na dinâmica ambiental, e adquiram verdadeiras competências favoráveis ao desenvolvimento sustentável, o Laboratório Escolar da Paisagem assume a importância de um espaço inovador de excelência no contributo para a ação educativa nos moldes pretendidos pela nova revisão curricular (DL 55/2018) e capaz de educar para as exigências do século XXI.

Em conclusão, o Laboratório Escolar da Paisagem do Parque das Águas oferece diferentes possibilidades de trabalho em contexto educativo e constitui um importante primeiro passo no apoio comunitário de que as escolas necessitam para enfrentarem, com sucesso, os desafios educativos de uma sociedade em plena evolução e com as condicionantes da inserção em meio urbano. Espera-se que esta iniciativa seja valorizada e rentabilizada para um ensino inclusivo de qualidade e que venha a ser replicada em outros locais do país, em jardins e parques públicos com potencialidades educativas, contando com o apoio de autarquias e de empresas públicas e privadas.

---

# Para que serve a Ciência?

José Ferreira Gomes

Universidade da Maia

Há mais de dois anos que a pandemia COVID é o tema diário das conversas e das notícias nos média e estas notícias vêm sempre acompanhadas de referências a “resultados científicos” e a “previsões científicas”. Infelizmente, não raro, estes resultados mudam no dia seguinte e as previsões são infirmadas pouco depois. A noção comum de Ciência é de algo mais sólido e perene, pelo que esta experiência pode desacreditar a Ciência na opinião pública. Afinal estaremos mesmo a falar de Ciência e que poderemos esperar dos cientistas para resolver (ou atenuar) as aflições humanas?

As notícias da nova infeção viral começaram a chegar em janeiro de 2020 de uma remota cidade chinesa que ninguém conhecia e a nossa autoconfiança europeia relegou a coisa para a galeria das curiosidades que alimentam os *talk shows* diários pretensamente noticiosos. Em poucos dias, a coisa começou a ser comparada com a “Gripe das Aves”, um vírus H5N1 também originado na Ásia que, em 2005, provocou grande rebuliço entre nós com o Diretor Geral de Saúde de então a causar um grande susto que não chegou a materializar-se.

Agora, o novo vírus tinha sido rapidamente identificado na China, sendo de outra classe viral, uma nomenclatura que não dizia nada aos não especialistas. Rapidamente começou a nossa formação acelerada em virologia, todos se familiarizando com coronavírus e conhecendo intimamente o novo SARS-CoV-2.

Infelizmente, a infeção chegou muito rapidamente à Europa com um primeiro pico de mortes COVID-19 confirmadas a registar-se durante o mês de março de 2020, primeiro em Itália e depois, muito rapidamente, em Espanha, Reino Unido e França, chegando a 13 a 18 mortos por dia e por milhão de habitantes. Criou-se uma situação de escândalo por a Europa se tornar rapidamente no continente mais duramente atingido e não haver ideia clara da resposta mais eficaz.

### “Serão seguidas as indicações da ciência”

Recordemos a sucessão rápida de eventos que levaram ao primeiro encerramento das escolas portuguesas. No dia 10 de março de 2020, o Primeiro-Ministro declara que seguirá a posição do Conselho Nacional de Saúde Pública quanto ao eventual encerramento das escolas. No dia seguinte este Conselho emite a recomendação de não encerramento das Escolas, invocando que os prejuízos educativos excedem as vantagens sanitárias, enquanto a OMS declarava a Pandemia COVID-19 e os diretores das escolas defendiam que o “alarme social” justificava o encerramento. Poucas horas depois o Governo anuncia o encerramento de todas as escolas com efeitos no dia útil seguinte, ordem que foi seguida com aplauso generalizado: A vida vale mais do que a economia, dizia-se!

Recordemos que Portugal manteve a maioria das escolas encerradas até ao fim do ano escolar, sendo dos países em que este período de interrupção letiva foi mais longo. Em substituição das aulas presenciais foi rapidamente montado um sistema de ensino em casa, incluindo algumas aulas num canal de televisão. Esta transição foi muito aplaudida ao longo de meses. Este entusiasmo com o sucesso do ensino à distância esmoreceu rapidamente, todos reconhecendo depois o grande prejuízo que estava a ser causado às crianças e aos escolares.

O erro inicial foi o de tentar delegar na ciência uma decisão que seria sempre política porque, para além do interesse sanitário estrito e imediato, havia outros interesses em jogo. O encerramento compulsivo de uma atividade afeta muitas outras atividades e tem consequências no bem-estar e até na sobrevivência de muitas pessoas não diretamente relacionadas com essa atividade. É na política que são ponderados os diversos interesses em presença e que, na dialética das posições divergentes por diferente avaliação desses interesses, o poder democrático tem a obrigação de decidir e de assumir a responsabilidade pelas consequências da decisão.

A partir desse dia, sempre foi declarado que as decisões (políticas) eram baseadas na melhor “evidência” científica, mas nunca foi estabelecido um processo formal de relacionamento entre os decisores políticos e os peritos ou a comunidade científica em geral. A cacofonia de posições dos cientistas que aparecem nas nossas televisões e nos nossos jornais prejudica a credibilidade da ciência para o público em geral.

### A evolução da pandemia

A evolução da pandemia em diferentes países é mais bem descrita pelo excesso de mortalidade que é registado porque a mortalidade diretamente atribuída à COVID-19 depende da confirmação laboratorial e não há normas seguidas internacionalmente (FIGURA 1).

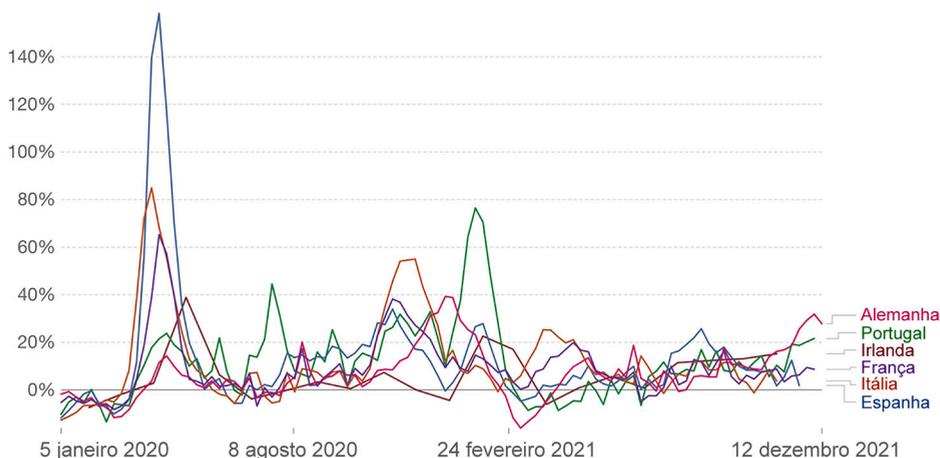


FIGURA 1. A diferença percentual entre o número relatado de mortes semanais ou mensais em 2020-2021 e o número médio de mortes no mesmo período ao longo dos anos 2015-2019. O número relatado pode não contar todas as mortes que ocorrem devido à cobertura incompleta e atrasos na notificação.

A grande preocupação das autoridades de saúde e também dos responsáveis políticos é que se viesse a atingir uma situação em que os serviços de saúde, especialmente os hospitais e os seus cuidados intensivos, não fossem capazes de responder às solicitações da população, para esta e para outras doenças. Foi isso que aconteceu logo em março-abril de 2020 em países europeus como a Itália, a Espanha, a França e o Reino Unido. Esta onda inicial só pôde ser suprimida pelo confinamento quase geral da população. Portugal fez o seu confinamento a tempo de evitar esta primeira onda, mas veio a sofrer uma dolorosa segunda onda em julho. Ainda muito mais grave foi a onda que emergiu em janeiro de 2021 em que, pela segunda vez ultrapassámos em excesso de mortalidade todos os países de comparação. Nestas situações extremas, a capacidade de internamento é excedida, o que força os serviços hospitalares a negar a admissão a doentes COVID e não-COVID que, em condições normais, poderiam ser tratados e salvos.

### A ciência na pandemia

Nunca como nestes anos de pandemia tivemos tantos cientistas presentes no espaço público e nunca tivemos tantas notícias das últimas “descobertas científicas”. E, no entanto, nunca tinham aparecido em público tantas posições “científicas” contraditórias sugerindo que o resultado científico é matéria de opinião ou que pode ser fundamentado num qualquer “estudo”, sem se apurar se este já foi filtrado pela leitura de pares e se pôde ser reproduzido por outros. A realidade agrava-se pelo uso do anglicismo “evidência científica” no lugar do termo português “prova científica”. Uma prova exige contraprova e os praticantes da ciência estão habituados a testar hipóteses alternativas antes de darem como provada determinada hipótese e a fugir da aparente “evidência” de uma hipótese que demasiadas

vezes acaba por ser descartada. A mente humana é demasiado falível para que uma aparente “evidência” seja tomada como definitiva. Em ciência, evitam-se as “evidências”. Em alternativa, formulam-se hipóteses que se procuram demonstrar e depois testar a sua falsidade pela verificação de que hipóteses alternativas não se confirmam.

Os cientistas que temos visto desfilar durante a pandemia, mesmo aqueles que lêem e publicam artigos com revisão por pares, trazem-nos outro tipo de construção de conhecimento em que os modelos simplificados da Física são de aplicação muito difícil. Os resultados que nos apresentam são obtidos por recolha de observações diretas e generalizados por métodos estatísticos. Esta linha de análise foi seguida pelas ciências naturais ao longo dos últimos séculos, mas é mais frágil porque, para além das dificuldades comuns a todas as observações, tem ainda muitos problemas de robustez estatística e de inferência causal decorrente da observação de simples correlações. Estes métodos são legítimos, mas só são conclusivos depois de uma muito cuidada exposição à crítica dos pares e às suas tentativas de reprodução dos resultados e verificação da dificuldade de encontrar os seus eventuais erros. Nada disto se pode fazer ao ritmo da circulação das notícias nos dias de hoje e por isso temos relatos de resultados não certificados e de publicações ainda não submetidas à avaliação dos pares.

Podemos resumir a variedade das respostas à pandemia em três vias, (i) a livre progressão por incapacidade de resposta ou com o objetivo de chegar à imunidade geral da população, (ii) as medidas não farmacológicas de afastamento social e de confinamento para atenuar a progressão da epidemia de modo que nunca seja ultrapassada a capacidade de resposta hospitalar e (iii) a supressão da propagação do vírus pelo isolamento de todos os casos que sejam identificados e das suas vizinhanças. A grande maioria dos países seguiu a via (ii) subindo e baixando o nível das medidas não farmacológicas à medida que as consequências em ocupação de camas hospitalares e de mortes eram conhecidas. O resultado foi uma sucessão de ondas epidémicas com dolorosos momentos de incapacidade de resposta hospitalar e abandono de doentes. A alternativa (i) foi rapidamente descartada quando se compreendeu que a doença era demasiado letal. A via (iii) foi seguida em vários países asiáticos, dos quais o mais extremo será a China que apesar da enorme dimensão e da exposição por fronteiras terrestres, aéreas e marítimas, tem conseguido controlar os danos. Mas isto só é possível com medidas extremas como a imposição de uma segunda semana de confinamento de 13 milhões de pessoas porque foram identificados 2 casos assintomáticos em três dias. Acresce que os países que optaram pela supressão da epidemia têm agora uma população não imunizada, enquanto outros países esperam ter a população bastante imunizada, apesar do preço alto em termos de vidas e da economia. A supressão seria um sucesso final se o vírus fosse extinto a nível mundial, mas isso não parece viável.

## A ciência pós COVID

Compreender que a ciência é a forma mais eficaz de ganharmos compreensão da natureza de que também somos parte. Que o conhecimento científico é sempre frágil, mas que as regras procedimentais que foram sendo estabelecidas se mostram muito eficazes. Que o tempo do processo científico não é o tempo dos média nem das redes sociais. Que toda a proposta de avanço carece de verificação e de certificação da inexistência (sempre aparente e nunca totalmente segura) de falhas.

Compreender que a ciência não pode substituir a política no processo de decisão e de aplicação das opções que melhor pareça servirem o bem comum. Mas que a política não deve tomar decisões que não sejam informadas pelo conhecimento científico na avaliação das opções alternativas e na estimativa dos riscos futuros. Para que este processo seja eficaz, é necessário dispor de uma estrutura de aconselhamento profissional em que cientistas se organizem para consensualizar as melhores soluções, mesmo conscientes de que as suas propostas poderão não ser adotadas pelo decisor político. E este processo falha quando improvisado por recorrer a pessoas que podem não ser os melhores conselheiros científicos respeitados pela comunidade e levar a uma frustrante confusão da opinião pública ou, mais simplesmente, porque o grupo de conselheiros não sabe organizar o seu processo de decisão num ambiente de grande incerteza e os políticos não sabem como respeitar e valorizar as recomendações, mesmo quando não as sigam. A tradição de aconselhamento científico é muito frágil na maioria dos países do continente europeu, o que é ainda mais grave quando a própria administração pública é pobre na análise prospetiva dos problemas e prefere responder à pressão da decisão política imediata.

A fragilidade da indústria portuguesa fica demasiado evidente quando se nota que duas empresas espanholas produziram, até fins de 2021, mais de 400 milhões de doses de vacinas COVID-19 para a Moderna e a AstraZeneca, duas empresas farmacêuticas pioneiras na produção de vacinas. Outras farmacêuticas galegas estão a produzir componentes de outras vacinas. E há uma empresa com uma vacina de investigação própria que está na fase II dos testes de eficácia e segurança (em humanos). A única proposta de raiz portuguesa que é conhecida está ainda em ensaios em animais. Algumas lições deveriam ser tiradas desta experiência, quer quanto às políticas industriais quer quanto à estratégia de investigação.

# Modelo padrão

*in casadasciencias.org/banco-imagens*

A imagem de destaque deste número da RCE, mostra o Lagrangeano do modelo padrão que incorpora o nosso conhecimento de todos os diferentes tipos de partículas elementares encontradas na natureza.

A evidente complexidade desta fórmula matemática, motivou o grande matemático Alain Connes, Medalha Fields em 1982, a encontrar um modelo alternativo que fosse de interpretação muito mais simples.

A abordagem de Connes (*On the fine structure of spacetime*), distinta da abordagem tradicional da comunidade da física de partículas, consiste em identificar uma estrutura de espaço-tempo que poderia dar origem ao Modelo Padrão acoplado à gravidade – para alguns a última teoria de tudo!

Esta é uma história fascinante de interação entre matemáticos e físicos, na busca incessante de uma teoria de grande unificação, cuja solução poderá estar em novas e revolucionárias abordagens. Mas o caminho percorrido é já, por ele próprio, uma conquista verdadeiramente extraordinária das capacidades da mente humana.

João Nuno Tavares  
DM/ Universidade do Porto

A complexidade da fórmula apresentada, revela uma beleza estética surpreendente.

A Matemática contém uma forma inefável de beleza, refletida nas estruturas que cria e que refletem padrões subtis, de outro modo inacessíveis, que fazem parte da própria textura do universo, assim como na ordem e no rigor com que organiza o conhecimento que vai acumulando. Os matemáticos há muito que comparam a experiência da beleza matemática à da beleza visual e musical.

Uma fórmula matemática é bela. Pode despertar a mesma sensação de beleza que desperta a escrita baseada em alfabetos simbólicos (mandarim, árabe) ou figurativos (egípcio). O neurocientista Semir Zeki sugere que, ao considerar a beleza, os matemáticos podem estabelecer uma conexão profunda entre o cérebro humano e o mundo natural — a experiência da beleza pode ser um indicador da verdade sobre o universo, diz.

Muitos matemáticos dizem que lutam pela beleza da mesma forma que um compositor ou um pintor fariam.

António Machiavelo  
DM/ Universidade do Porto

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{SM} = & -\frac{1}{2}\partial_\nu g_\mu^a \partial_\nu g_\mu^a - g_s f^{abc} \partial_\mu g_\nu^a g_\mu^b g_\nu^c - \frac{1}{4}g_s^2 f^{abc} f^{ade} g_\mu^b g_\nu^c g_\mu^d g_\nu^e - \partial_\nu W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
& M^2 W_\mu^+ W_\mu^- - \frac{1}{2}\partial_\nu Z_\mu^0 \partial_\nu Z_\mu^0 - \frac{1}{2c_w^2} M^2 Z_\mu^0 Z_\mu^0 - \frac{1}{2}\partial_\mu A_\nu \partial_\mu A_\nu - igc_w (\partial_\nu Z_\mu^0 (W_\mu^+ W_\nu^- - \\
& W_\nu^+ W_\mu^-) - Z_\nu^0 (W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\mu^- \partial_\nu W_\mu^+) + Z_\mu^0 (W_\nu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\nu^- \partial_\nu W_\mu^+)) - \\
& ig s_w (\partial_\nu A_\mu (W_\mu^+ W_\nu^- - W_\nu^+ W_\mu^-) - A_\nu (W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\mu^- \partial_\nu W_\mu^+) + A_\mu (W_\nu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
& W_\nu^- \partial_\nu W_\mu^+)) - \frac{1}{2}g^2 W_\mu^+ W_\mu^- W_\nu^+ W_\nu^- + \frac{1}{2}g^2 W_\mu^+ W_\nu^- W_\mu^+ W_\nu^- + g^2 c_w^2 (Z_\mu^0 W_\mu^+ Z_\nu^0 W_\nu^- - \\
& Z_\mu^0 Z_\nu^0 W_\nu^+ W_\nu^-) + g^2 s_w^2 (A_\mu W_\mu^+ A_\nu W_\nu^- - A_\mu A_\nu W_\nu^+ W_\nu^-) + g^2 s_w c_w (A_\mu Z_\nu^0 (W_\mu^+ W_\nu^- - \\
& W_\nu^+ W_\mu^-) - 2A_\nu Z_\mu^0 W_\nu^+ W_\nu^-) - \frac{1}{2}\partial_\mu H \partial_\mu H - 2M^2 \alpha_h H^2 - \partial_\mu \phi^+ \partial_\mu \phi^- - \frac{1}{2}\partial_\mu \phi^0 \partial_\mu \phi^0 - \\
& \beta_h \left( \frac{2M^2}{g^2} + \frac{2M}{g} H + \frac{1}{2}(H^2 + \phi^0 \phi^0 + 2\phi^+ \phi^-) \right) + \frac{2M^4}{g^2} \alpha_h - \\
& g\alpha_h M (H^3 + H\phi^0 \phi^0 + 2H\phi^+ \phi^-) - \\
& \frac{1}{8}g^2 \alpha_h (H^4 + (\phi^0)^4 + 4(\phi^+ \phi^-)^2 + 4(\phi^0)^2 \phi^+ \phi^- + 4H^2 \phi^+ \phi^- + 2(\phi^0)^2 H^2) - \\
& gM W_\mu^+ W_\mu^- H - \frac{1}{2}g \frac{M}{c_w^2} Z_\mu^0 Z_\mu^0 H - \\
& \frac{1}{2}ig (W_\mu^+ (\phi^0 \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^0) - W_\mu^- (\phi^0 \partial_\mu \phi^+ - \phi^+ \partial_\mu \phi^0)) + \\
& \frac{1}{2}g (W_\mu^+ (H \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu H) + W_\mu^- (H \partial_\mu \phi^+ - \phi^+ \partial_\mu H)) + \frac{1}{2}g \frac{1}{c_w} (Z_\mu^0 (H \partial_\mu \phi^0 - \phi^0 \partial_\mu H) + \\
& M (\frac{1}{c_w} Z_\mu^0 \partial_\mu \phi^0 + W_\mu^+ \partial_\mu \phi^- + W_\mu^- \partial_\mu \phi^+) - ig \frac{s_w^2}{c_w} M Z_\mu^0 (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) + ig s_w M A_\mu (W_\mu^+ \phi^- - \\
& W_\mu^- \phi^+) - ig \frac{1-2c_w^2}{2c_w} Z_\mu^0 (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) + ig s_w A_\mu (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) - \\
& \frac{1}{4}g^2 W_\mu^+ W_\mu^- (H^2 + (\phi^0)^2 + 2\phi^+ \phi^-) - \frac{1}{8}g^2 \frac{1}{c_w^2} Z_\mu^0 Z_\mu^0 (H^2 + (\phi^0)^2 + 2(2s_w^2 - 1)^2 \phi^+ \phi^-) - \\
& \frac{1}{2}g^2 \frac{s_w^2}{c_w} Z_\mu^0 \phi^0 (W_\mu^+ \phi^- + W_\mu^- \phi^+) - \frac{1}{2}ig^2 \frac{s_w^2}{c_w} Z_\mu^0 H (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) + \frac{1}{2}g^2 s_w A_\mu \phi^0 (W_\mu^+ \phi^- + \\
& W_\mu^- \phi^+) + \frac{1}{2}ig^2 s_w A_\mu H (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) - g^2 \frac{s_w}{c_w} (2c_w^2 - 1) Z_\mu^0 A_\mu \phi^+ \phi^- - \\
& g^2 s_w^2 A_\mu A_\mu \phi^+ \phi^- + \frac{1}{2}ig s_w \lambda_{ij}^a (\bar{q}_i^\sigma \gamma^\mu q_j^\sigma) g_\mu^a - \bar{e}^\lambda (\gamma \partial + m_e^\lambda) e^\lambda - \bar{\nu}^\lambda (\gamma \partial + m_\nu^\lambda) \nu^\lambda - \bar{u}_j^\lambda (\gamma \partial + \\
& m_u^\lambda) u_j^\lambda - \bar{d}_j^\lambda (\gamma \partial + m_d^\lambda) d_j^\lambda + ig s_w A_\mu (-\bar{e}^\lambda \gamma^\mu e^\lambda) + \frac{2}{3}(\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu u_j^\lambda) - \frac{1}{3}(\bar{d}_j^\lambda \gamma^\mu d_j^\lambda) + \\
& \frac{ig}{4c_w} Z_\mu^0 \{ (\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{e}^\lambda \gamma^\mu (4s_w^2 - 1 - \gamma^5) e^\lambda) + (\bar{d}_j^\lambda \gamma^\mu (\frac{4}{3}s_w^2 - 1 - \gamma^5) d_j^\lambda) + \\
& (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu (1 - \frac{8}{3}s_w^2 + \gamma^5) u_j^\lambda) \} + \frac{ig}{2\sqrt{2}} W_\mu^+ ((\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) U^{lep}{}_{\lambda\kappa} e^\kappa) + (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) C_{\lambda\kappa} d_j^\kappa)) + \\
& \frac{ig}{2\sqrt{2}} W_\mu^- ((\bar{e}^\lambda U^{lep}{}_{\kappa\lambda} \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{d}_j^\lambda C_{\kappa\lambda}^\dagger \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_j^\lambda)) + \\
& \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^+ (-m_e^\kappa (\bar{\nu}^\lambda U^{lep}{}_{\lambda\kappa} (1 - \gamma^5) e^\kappa) + m_\nu^\lambda (\bar{\nu}^\lambda U^{lep}{}_{\lambda\kappa} (1 + \gamma^5) e^\kappa) + \\
& \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^- (m_e^\lambda (\bar{e}^\lambda U^{lep}{}_{\lambda\kappa}^\dagger (1 + \gamma^5) \nu^\kappa) - m_\nu^\kappa (\bar{e}^\lambda U^{lep}{}_{\lambda\kappa}^\dagger (1 - \gamma^5) \nu^\kappa) - \frac{g}{2} \frac{m_\lambda^2}{M} H (\bar{\nu}^\lambda \nu^\lambda) - \\
& \frac{g}{2} \frac{m_\lambda^2}{M} H (\bar{e}^\lambda e^\lambda) + \frac{ig}{2} \frac{m_\nu^2}{M} \phi^0 (\bar{\nu}^\lambda \gamma^5 \nu^\lambda) - \frac{ig}{2} \frac{m_e^2}{M} \phi^0 (\bar{e}^\lambda \gamma^5 e^\lambda) - \frac{1}{4} \bar{\nu}_\lambda M_{\lambda\kappa}^R (1 - \gamma_5) \hat{\nu}_\kappa - \\
& \frac{1}{4} \bar{\nu}_\lambda M_{\lambda\kappa}^R (1 - \gamma_5) \hat{\nu}_\kappa + \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^+ (-m_d^\kappa (\bar{u}_j^\lambda C_{\lambda\kappa} (1 - \gamma^5) d_j^\kappa) + m_u^\lambda (\bar{u}_j^\lambda C_{\lambda\kappa} (1 + \gamma^5) d_j^\kappa) + \\
& \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^- (m_d^\lambda (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda\kappa}^\dagger (1 + \gamma^5) u_j^\kappa) - m_u^\kappa (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda\kappa}^\dagger (1 - \gamma^5) u_j^\kappa) - \frac{g}{2} \frac{m_\lambda^2}{M} H (\bar{u}_j^\lambda u_j^\lambda) - \\
& \frac{g}{2} \frac{m_\lambda^2}{M} H (\bar{d}_j^\lambda d_j^\lambda) + \frac{ig}{2} \frac{m_\lambda^2}{M} \phi^0 (\bar{u}_j^\lambda \gamma^5 u_j^\lambda) - \frac{ig}{2} \frac{m_\lambda^2}{M} \phi^0 (\bar{d}_j^\lambda \gamma^5 d_j^\lambda) + \bar{G}^a \partial^2 G^a + g_s f^{abc} \partial_\mu \bar{G}^a G^b g_\mu^c + \\
& \bar{X}^+ (\partial^2 - M^2) X^+ + \bar{X}^- (\partial^2 - M^2) X^- + \bar{X}^0 (\partial^2 - \frac{M^2}{c_w^2}) X^0 + \bar{Y} \partial^2 Y + igc_w W_\mu^+ (\partial_\mu \bar{X}^0 X^- - \\
& \partial_\mu \bar{X}^+ X^0) + ig s_w W_\mu^+ (\partial_\mu \bar{Y} X^- - \partial_\mu \bar{X}^+ Y) + igc_w W_\mu^- (\partial_\mu \bar{X}^- X^0 - \\
& \partial_\mu \bar{X}^0 X^+) + ig s_w W_\mu^- (\partial_\mu \bar{X}^- Y - \partial_\mu \bar{Y} X^+) + igc_w Z_\mu^0 (\partial_\mu \bar{X}^+ X^+ - \\
& \partial_\mu \bar{X}^- X^-) + ig s_w A_\mu (\partial_\mu \bar{X}^+ X^+ - \\
& \partial_\mu \bar{X}^- X^-) - \frac{1}{2}gM (\bar{X}^+ X^+ H + \bar{X}^- X^- H + \frac{1}{c_w^2} \bar{X}^0 X^0 H) + \frac{1-2c_w^2}{2c_w} igM (\bar{X}^+ X^0 \phi^+ - \bar{X}^- X^0 \phi^-) + \\
& \frac{1}{2c_w} igM (\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-) + igM s_w (\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-) + \\
& \frac{1}{2}igM (\bar{X}^+ X^+ \phi^0 - \bar{X}^- X^- \phi^0) .
\end{aligned}$$

VII ENCONTRO  
INTERNACIONAL  
DA CASA  
DAS CIÊNCIAS

20 A 22  
JULHO  
2022

POLITÉCNICO  
DO PORTO  
INSTITUTO  
SUPERIOR  
DE ENGENHARIA  
DO PORTO

# CLIMA E SUSTEN- TABILI- LIDADE

