

Relações trigonométricas num triângulo retângulo

João Nuno Tavares

Nuno Tavares, J. (2013), Revista de Ciência Elementar, 1(01):0021

Razões trigonométricas

Seja α um ângulo agudo ($0 < \alpha < 90^\circ$) de um triângulo retângulo, como se mostra na figura, podemos definir as três razões trigonométricas como:

$$\sin \alpha = \frac{\text{comprimento do cateto oposto}}{\text{comprimento da hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{comprimento do cateto adjacente}}{\text{comprimento da hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{comprimento do cateto oposto}}{\text{comprimento do lado adjacente}} = \frac{a}{b}$$

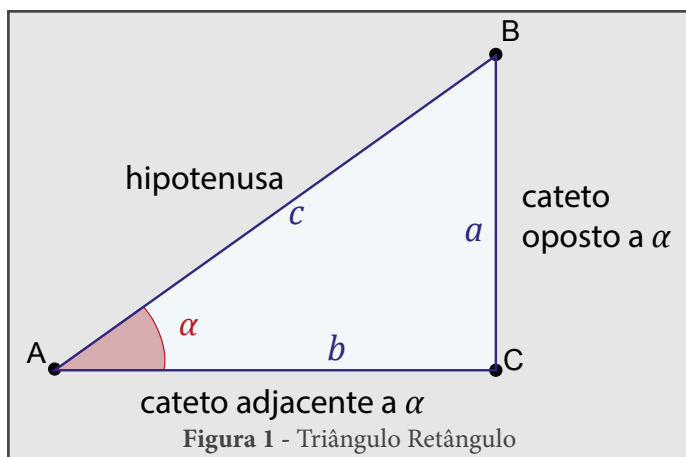


Figura 1 - Triângulo Retângulo

Fórmula Fundamental da Trigonometria

A Fórmula Fundamental da Trigonometria é uma consequência direta da aplicação do Teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo da figura 1. Assim,

$$(\text{hipotenusa})^2 = (\text{cateto oposto})^2 + (\text{cateto adjacente})^2$$

Usando as letras da figura obtemos,

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Dividindo ambos os membros da equação por $a^2 \neq 0$

concluimos, então, que

$$1 = \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha,$$

isto é,

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Outras relações

Considerando agora a divisão das razões trigonométricas $\sin \alpha$ e $\cos \alpha$ obtemos,

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b} = \tan \alpha,$$

isto é,

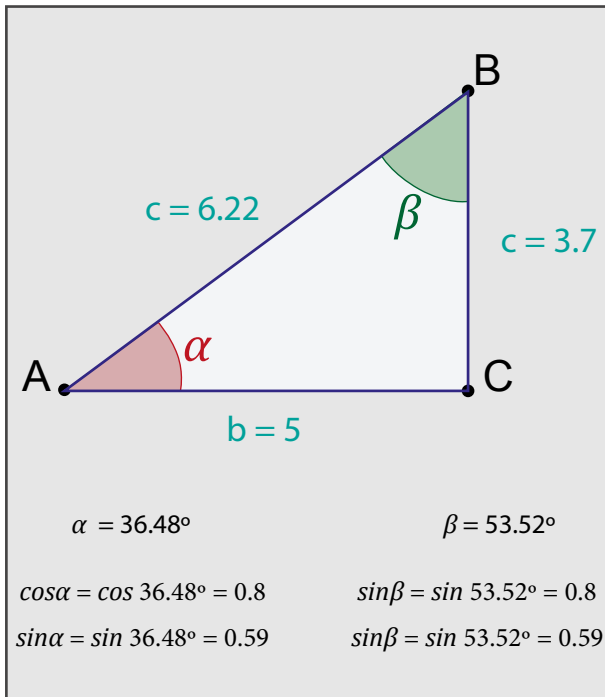
$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Olhando novamente para a fórmula fundamental da trigonometria,

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

e aplicando a ambos os membros da mesma uma divisão por $\cos^2 \alpha$ obtemos mais uma relação trigonométrica:

$$\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$



No exemplo ao lado podemos verificar mais algumas relações trigonométricas, neste caso, entre os dois ângulos agudos do triângulo retângulo representado, α e β . Resulta facilmente do facto da soma dos ângulos internos de um triângulo ser 180° que $\alpha + \beta = 90^\circ$.

Como se mostra na figura:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \cos \beta = \cos(90^\circ - \alpha)$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \sin \beta = \sin(90^\circ - \alpha)$$

$$\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$$

$$\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$$

Clique [aqui](http://rce.casadasciencias.org/vol_1_num_1_19_art_relacoesTrigonometricasTrianguloRetangulo.html) para aceder à versão *html* com material interativo.
 (http://rce.casadasciencias.org/vol_1_num_1_19_art_relacoesTrigonometricasTrianguloRetangulo.html)

<p>Autor João Nuno Tavares Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto</p>	<p>Editor José Francisco Rodrigues Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

