

Modelo de probabilidade

Maria Eugénia Graça Martins

Graça Martins, E. (2014), Revista de Ciência Elementar, 2(02):0073

Modelo de probabilidade para um fenómeno aleatório (com espaço de resultados finito) é um modelo matemático em que se consideram todos os resultados do espaço de resultados e probabilidades associadas aos acontecimentos elementares.

O processo de atribuir probabilidades aos acontecimentos elementares deve ser tal, que algumas regras básicas devem ser satisfeitas para todos os modelos:

- **Regra 1** – Uma probabilidade deve ser um número não negativo;
- **Regra 2** – A soma das probabilidades de todos os acontecimentos elementares associados ao espaço de resultados é igual a 1.

As regras anteriores não excluem a possibilidade de um acontecimento elementar ter probabilidade zero. No entanto, em espaços finitos uma probabilidade igual a zero é interpretada, na prática, como uma *impossibilidade*, pelo que qualquer resultado do espaço de resultados, com probabilidade nula, pode ser eliminado do espaço de resultados (Feller (1968), página 22).

Consideremos o fenómeno aleatório que consiste em lançar uma moeda de um euro, equilibrada, e ver qual o resultado que sai na face virada para cima. Mas o que é uma moeda equilibrada? É aquela em que estamos a admitir, à partida, que existe igual possibilidade de sair face Euro ou face Nacional no próximo lançamento que façamos com ela – estamos a admitir o princípio da simetria (ver probabilidade). Estamos, assim, a admitir, na nossa cabeça, um modelo matemático em que assumimos que em qualquer lançamento da moeda, a probabilidade de sair face Euro é igual à de sair face Nacional e igual a $\frac{1}{2}$ (Graça Martins (2005), página 128):

Modelo para o resultado do lançamento da moeda equilibrada

Resultado	Face Euro	Face Nacional
Probabilidade	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Não nos estamos a preocupar, por exemplo, com a força ou direção com que atiramos a moeda, nem tão pouco com o desgaste acusado pela moeda após sucessivos lançamentos! Também não estamos a encarar a hipótese da moeda cair de pé! Se nos estivéssemos a preocupar em arranjar um modelo que traduzisse mais fielmente a realidade, estaríamos

a arranjar um modelo matemático tão complicado que seria impossível de tratar e não nos serviria para nada. O estatístico George Box dizia: **Todos os modelos são maus, alguns modelos são úteis.**

Assumindo então o modelo anterior, um pouco simplista, para o lançamento da moeda, se lançarmos a moeda repetidas vezes, esperamos que o número de face Euro seja aproximadamente metade do número de lançamentos. Se, por outro lado, recolhermos uma amostra de dimensão 1, isto é, fizermos um único lançamento, não sabemos qual o resultado que se vai verificar, se será face Euro ou face Nacional, mas dizemos que a probabilidade de sair face Euro é $\frac{1}{2}$.

Considere-se o fenómeno aleatório que consiste em observar o número de pintas da face que fica virada para cima, quando se lança um dado equilibrado. Um modelo de probabilidade que descreve este fenómeno é o seguinte:

N.º pintas	1	2	3	4	5	6
Probabilidade	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Considere-se ainda o fenómeno que consiste em selecionar uma amostra aleatória simples de dimensão 2, de uma população constituída por N elementos. Por exemplo, com $N = 3$, se se numerarem os elementos da população de 1 a 3, o espaço de resultados é constituído por (1,2), (1,3) e (2,3). Em geral, será pelos pares (i,j) , $i,j = 1,\dots,N$, $i < j$, em número de $N(N-1)/2$. Um modelo de probabilidade que descreve este fenómeno é o seguinte:

Amostra	(i,j) com $i < j$ e $i,j = 1,\dots,N$
Probabilidade	$\frac{2}{N(N-1)}$

Suponha-se agora (Pestana e Velosa (2010), página 717) “que estamos interessados em modelar a ocupação de camas numa unidade de cuidados intensivos para recuperação de cirurgia cardíaca; neste caso podemos usar a experiência passada para calcular frequências relativas, e com base nelas construir um modelo. Por exemplo, se X for o número de dias que um doente passa nessa unidade, podemos pelas razões apontadas adotar o modelo

X (Número de dias)	5	6	7	8	9	10	11
Probabilidade	$\frac{10}{58}$	$\frac{9}{58}$	$\frac{5}{58}$	$\frac{13}{58}$	$\frac{7}{58}$	$\frac{10}{58}$	$\frac{4}{58}$

que está bem definido, no sentido em que a soma das probabilidades dos acontecimentos elementares é igual a 1”.

Referências

1. Feller, W. (1968) – *An introduction to probability theory and its applications*. 3ª edição, Volume 1. John Wiley & Sons, Inc. ISBN: 0-471-25711-7.
2. Graça Martins, M. E. (2005) – *Introdução à Probabilidade e à Estatística*.- Com complementos de Excel. Edição da SPE, ISBN:972-8890-03-6. Depósito Legal 228501/05.
3. Pestana, D., Velosa, S. (2010) – *Introdução à Probabilidade e à Estatística*, Volume I, 4ª edição, Fundação Calouste Gulbenkian. ISBN: 978-972-31-1150-7. Depósito Legal 311132/10.

Autor

Maria Eugénia Graça Martins
Departamento de Estatística e Investigação Operacional da
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Editor

José Francisco Rodrigues
Departamento de Matemática da
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa