Relações trigonométricas num triângulo retângulo

João Nuno Tavares
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto
jntavar@fc.up.pt

CITAÇÃO
Tavares, J.N. (2013)
Relações trigonométricas num triângulo retângulo,
Rev. Ciência Elem., V1(01):023.
doi.org/10.24927/rce2013.023

EDITOR
José Ferreira Gomes,
Universidade do Porto

RECEBIDO EM
09 de novembro de 2012

ACEITE EM
27 de dezembro de 2012

PUBLICADO EM
27 de dezembro de 2012

rce.casadasciencias.org

Razões trigonométricas

Seja α um ângulo agudo ($0 < \alpha < 90°$) de um triângulo retângulo, como se mostra na figura, podemos definir as três razões trigonométricas como:

$$\sin\alpha = \frac{\text{comprimento do cateto oposto}}{\text{comprimento da hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{comprimento do cateto adjacente}}{\text{comprimento da hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{comprimento do cateto oposto}}{\text{comprimento do lado adjacente}} = \frac{a}{b}$$

Fórmula Fundamental da Trigonometria

A Fórmula Fundamental da Trigonometria é uma consequência direta da aplicação do Teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo da FIGURA 1. Assim,

$$(\text{hipotenusa})^2 = (\text{cateto oposto})^2 + (\text{cateto adjacente})^2$$

Usando as letras da figura obtemos,

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Dividindo ambos os membros da equação por $a^2 \neq 0$ concluímos, então, que

$$1 = \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha, \text{ isto é, } \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

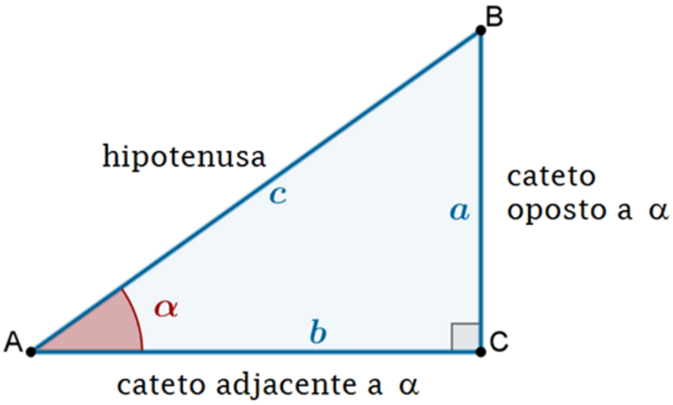


FIGURA 1. Triângulo Retângulo.

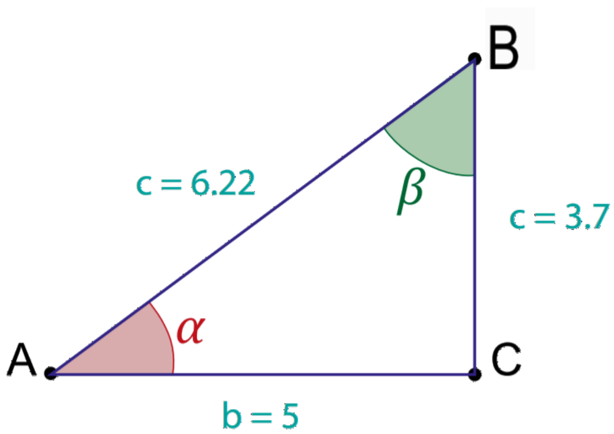
Outras relações

Considerando agora a divisão das razões trigonométricas $sin\ \alpha$ e $cos\ \alpha$ obtemos,

$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b} = \tan\alpha$, isto é, $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

Olhando novamente para a fórmula fundamental da trigonometria, $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, e aplicando a ambos os membros da mesma uma divisão por $cos^2\alpha$ obtemos mais uma relação trigonométrica:

$$\tan^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$



$\alpha = 36.48°$ $\beta = 53.52°$

$cos\alpha = cos\ 36.48° = 0.8$ $sin\beta = sin\ 53.52° = 0.8$

$sin\alpha = sin\ 36.48° = 0.59$ $sin\beta = sin\ 53.52° = 0.59$

No exemplo a cima podemos verificar mais algumas relações trigonométricas, neste caso, entre os dois ângulos agudos do triângulo retângulo representado, α e β.

Resulta facilmente do facto da soma dos ângulos internos de um triângulo ser 180° que $\alpha+\beta=90^{\circ}$.

Como se mostra na figura:

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \cos\beta = \cos(90^{\circ}-\alpha) \qquad \sin\alpha = \cos(90^{\circ}-\alpha)$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \sin\beta = \sin(90^{\circ}-\alpha) \qquad \cos\alpha = \sin(90^{\circ}-\alpha)$$