REVISTA DE CIÊNCIA ELEMENTAR

Triângulo

João Nuno Tavares
CMUP/ Universidade do Porto
jntavar@fc.up.pt

CITAÇÃO
Tavares, J. (2013)
Triângulo,
Rev. Ciência Elem., V1(01):027.
doi.org/10.24927/rce2013.027

EDITOR
José Ferreira Gomes,
Universidade do Porto

RECEBIDO EM
17 de Outubro de 2012

ACEITE EM
22 de abril de 2013

PUBLICADO EM
03 de julho de 2013

rce.casadasciencias.org

Triângulo. Do latim *triangulum*, de *tri*, "três", e *angulus*, "ângulo".

Triângulo no plano

Um triângulo é um polígono com três lados. É pois a região do plano limitada por três segmentos de reta a, b e c (os seus lados), contíguos dois a dois nas suas extremidades A, B e C (os vértices).

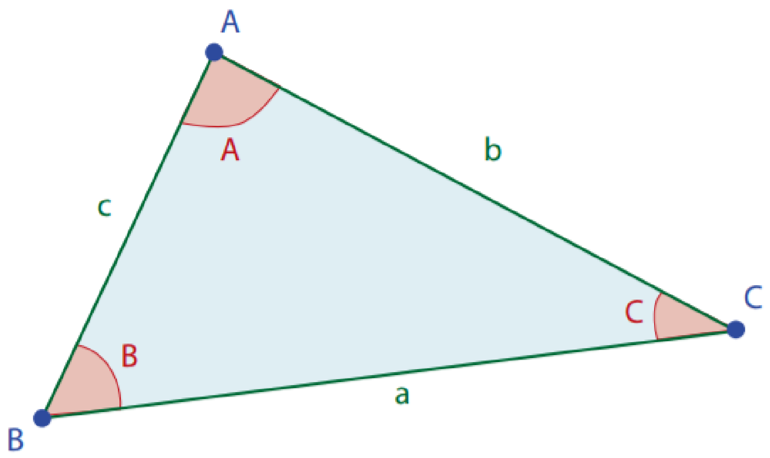


FIGURA 1. Triângulo. Elementos principais.

Um triângulo ABC possui seis elementos principais (ver FIGURA 1)

- lados a, b e c
- a amplitude das classes

a diz-se o lado oposto ao vértice A, b o lado oposto ao vértice B e c o lado oposto ao vértice C. Os ângulos internos, ou as suas medidas, são designadas habitualmente pelas letras maiúsculas A,B,C, afetas aos respetivos vértices (FIGURA 1).

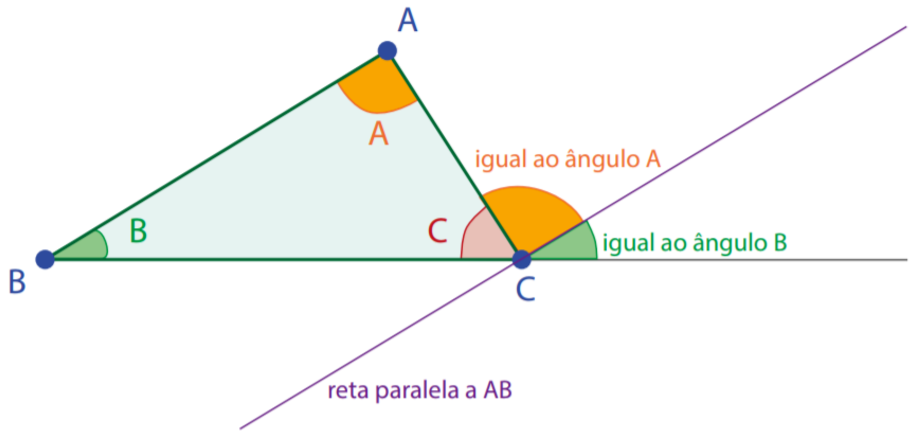


FIGURA 2. A soma dos ângulos internos é igual a 180º.

Um dos resultados básicos é o seguinte "*A soma dos ângulos internos de um triângulo plano é igual a 180º*". A demostração pode ser vista na FIGURA seguinte:

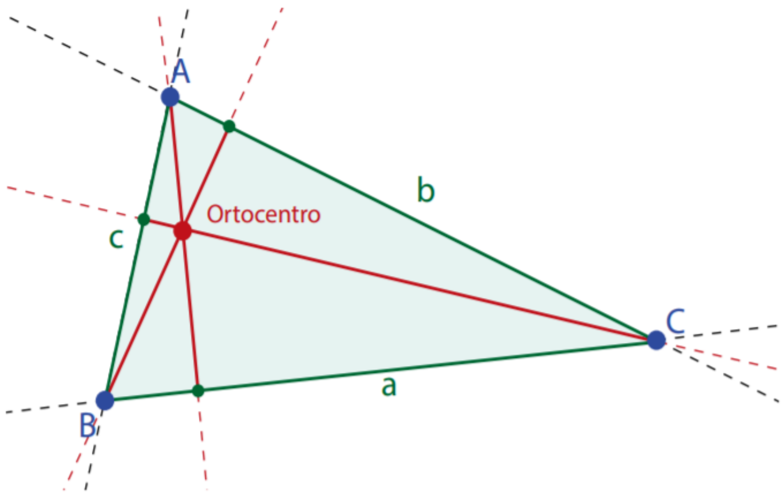
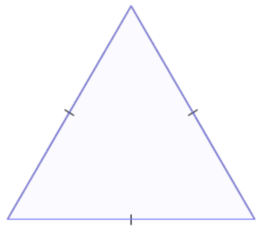


FIGURA 3. Elementos secundários. Alturas e ortocentro.

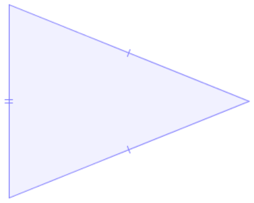
Classificação de triângulos

Os triângulos podem ser classificados quanto aos seus lados e quanto aos seus ângulos.

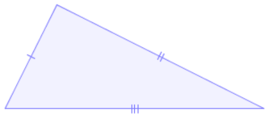
Quanto aos seus lados os triângulos classificam-se em:



Triângulo equilátero: tem os seus três lados com o mesmo comprimento;

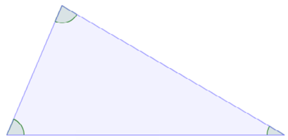


Triângulo isósceles: tem dois lados com o mesmo comprimento;

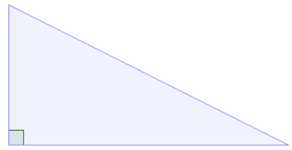


Triângulo escaleno: tem todos os lados com comprimento desigual.

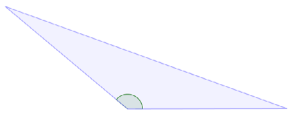
Quanto os seus ângulos os triângulos classificam-se em:



Triângulo acutângulo: tem os três ângulos internos agudos;



Triângulo retângulo: um dos três ângulos do triângulo é um ângulo reto;



Triângulo obtusângulo: um dos três ângulos do triângulo é um ângulo obtuso.

Um triângulo ABC possui vários elementos secundários (ver FIGURA 4)

- 3 alturas. Uma altura é a reta perpendicular baixada de um vértice para o lado oposto.

  Facto notável: as 3 alturas intersetam-se num único ponto a que se chama o ortocentro do triângulo.

  Por altura também se entende o comprimento do segmento de reta baixado de um vértice para o lado oposto (FIGURA 4). Este conceito é útil quando se discutem questões métricas num triângulo. O contexto tornará claro a que nos referimos.

- 3 medianas. Uma mediana é a reta que une um vértice ao ponto médio do lado oposto.

  Facto notável: as 3 medianas intersetam-se num único ponto a que se chama o baricentro ou centro de gravidade do triângulo.

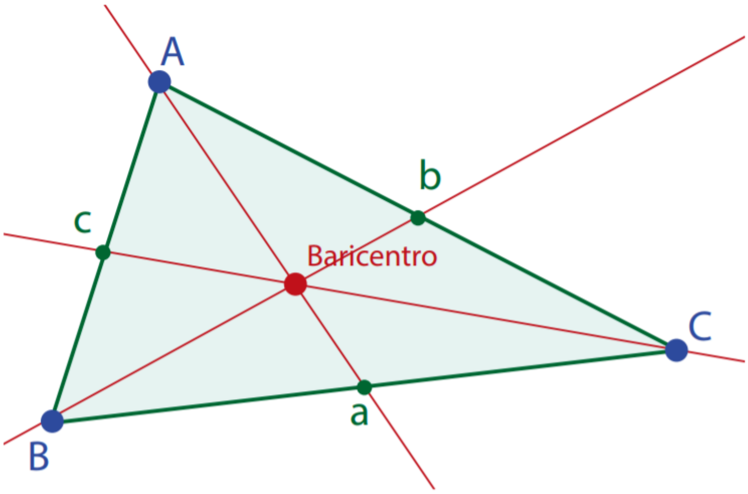


FIGURA 4. Elementos secundários. Medianas e baricentro.

- 3 bissetrizes - as bissetrizes dos seus ângulos internos.

  Facto notável: as 3 bissetrizes intersetam-se num único ponto a que se chama o incentro do triângulo. O incentro é o centro da **circunferência inscrita** no triângulo (tangente a cada um dos lados).

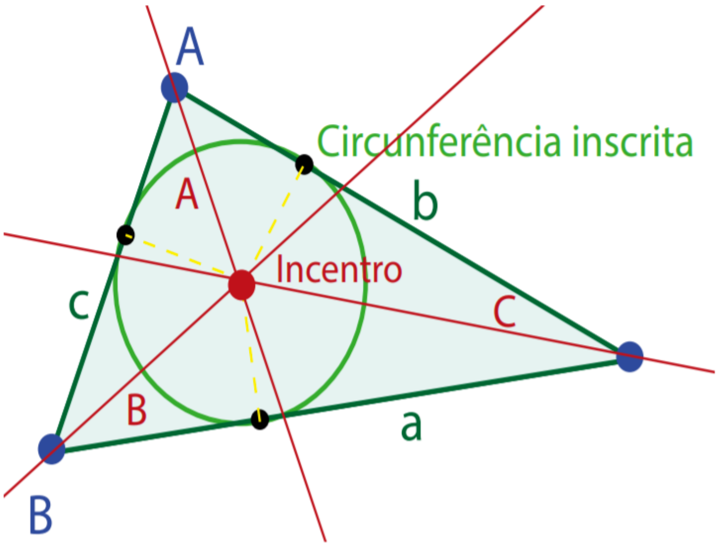


FIGURA 5. Bissetrizes, incentro e circunferência inscrita.

- 3 mediatrizes - as mediatrizes dos seus lados, isto é, as retas perpendiculares a cada um desses lados e que passam pelos respetivos pontos médios.

  Facto notável: as 3 mediatrizes intersetam-se num único ponto a que se chama o circuncentro do triângulo. O **circuncentro** é o centro da **circunferência circunscrita** no triângulo (que passa pelos 3 vértices).

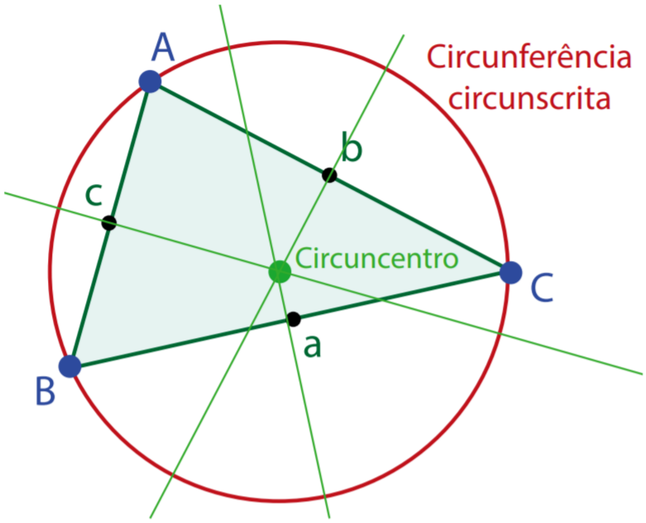


FIGURA 6. Mediatrizes, circuncentro e circunferência circunscrita.

A reta de Euler. Um facto extraordinário.

O ortocento, baricentro e circuncentro de um triângulo, que se definiram anteriormente, passam todos por uma mesma reta a que se chama a reta de Euler (FIGURA 7). Em geral o incentro não pertence à reta de Euler!

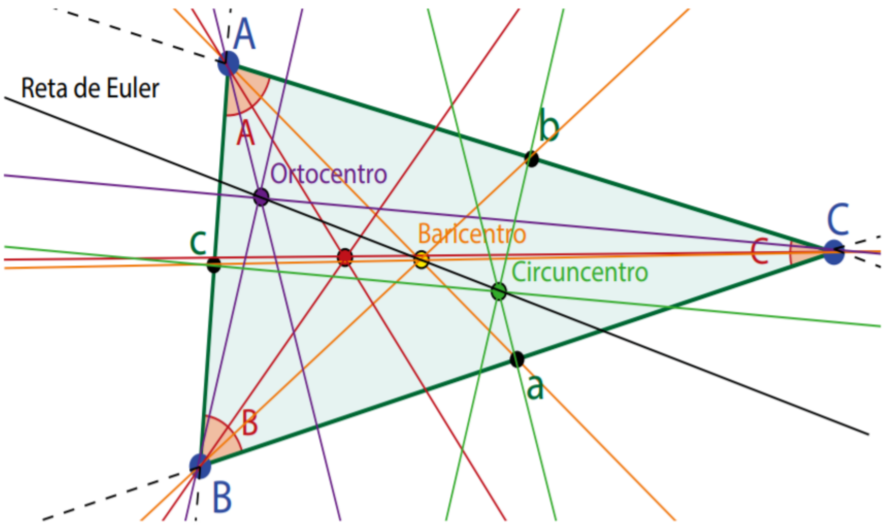


FIGURA 7. Reta de Euler.

Teorema de Pitágoras

Num triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

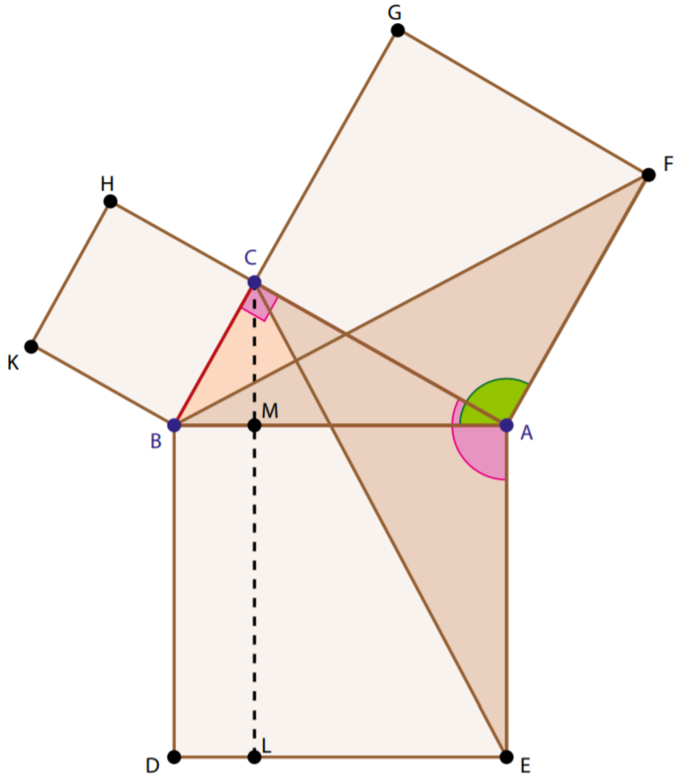


FIGURA 8. Teorema de Pitágoras. Demonstração de Euclides (300 AC).

Existem dezenas de demonstrações do Teorema de Pitágoras. Em 1940, num livro de Elisa Loomis, intitulado The Pythagorean Proposition, incluem-se 367 provas diferentes!

Na figura ilustra-se a demonstração de Euclides:

1. Os triângulos ABF e AEC são "iguais" (isto é, são isométricos). De facto, $AE = AB$, $AF = AC$ e $\angle(BAF) = \angle(CAE)$.
2. Para calcular a área do triângulo ABF, retângulo em C, Euclides faz intervir a base AF e a altura.

Outros triângulos

Como vimos, um dos resultados básicos para triângulos no plano (Euclideano) é o seguinte "A soma dos ângulos internos de um triângulo plano é igual a 180º".

É possível imaginar outras geometrias onde este resultado é falso.

Por exemplo, imaginemos uma geometria na superfície de uma esfera onde as Retas são os círculos máximos,isto é, as circunferências obtidas intersetando a esfera com um plano que passa no seu centro.

Nesta geometria esférica, a soma dos ângulos internos de um triângulo esférico é superior a 180º!

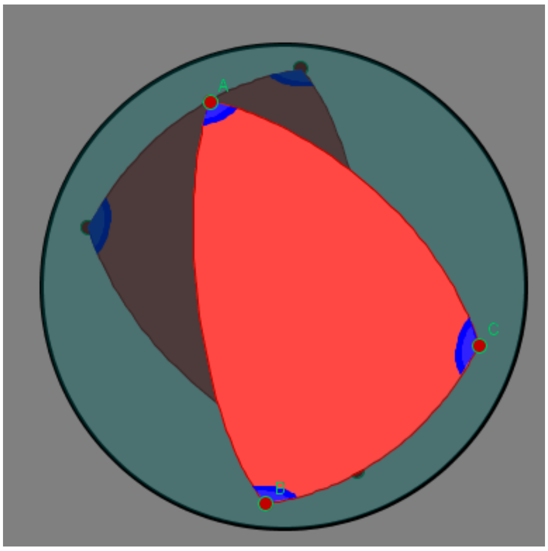


FIGURA 9.

Um outro exemplo, imaginemos uma geometria no interior de um disco plano D, mas em que as Retas são as partes em D das circunferências, ou das retas usuais, ortogonais à circunferência do bordo de D.

Nesta geometria, dita hiperbólica, a soma dos ângulos internos de um triângulo esférico é inferior a 180º!

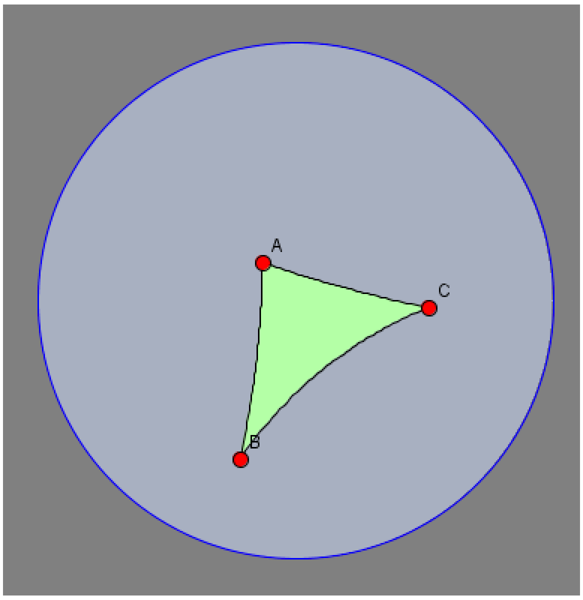


FIGURA 10.

REFERÊNCIAS

[1] AMORIM, D. P., *Compêndio de Geometria*, Volume 1 - Classes 1ª, 2ª e 3ª, 9ª Edição, Biblioteca Básica de Textos Didácticos de Matemática, SPM, Depósito legal 286438/04.

[2] BARUK, S., *Dicionário de Matemática Elementar*, Volume 2, Edições Afrontamento, 1992, ISBN: 972-36-0767-0, Depósito legal 227493/05.