REVISTA DE CIÊNCIA ELEMENTAR

Radiano

João Nuno Tavares [*], Ângela Geraldo [†]
[*] Faculdade de Ciências da Universidade do Porto
[†] CMUP/ Universidade do Porto
[*] jntavar@fc.up.pt

CITAÇÃO
Tavares, J.N., Geraldo, A. (2013)
Radiano,
Rev. Ciência Elem., V1(01):061.
doi.org/10.24927/rce2013.061

EDITOR
José Ferreira Gomes,
Universidade do Porto

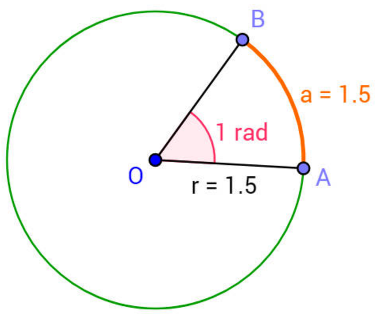
RECEBIDO EM
11 de dezembro de 2012

ACEITE EM
26 de dezembro de 2012

PUBLICADO EM
27 de dezembro de 2012

rce.casadasciencias.org

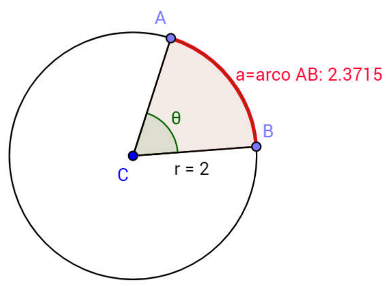
Um radiano (1 rad) é a medida de um ângulo ao centro definido num círculo por um arco de circunferência a com o mesmo comprimento que o raio r do referido círculo.



Considere um ângulo ao centro θ, numa circunferência de raio r (veja a FIGURA). Este ângulo ao centro determina um arco $\widehat{AB}$ de comprimento a (medido por exemplo em cm). Por definição, a medida do ângulo θ em radianos é dada por

$$\theta = \frac{\text{comprimento do arco } a}{\text{raio } r} \, rad$$

Na FIGURA pode variar os pontos A e B, mudando o arco a. Para um ângulo fixo, pode ainda fazer variar o raio r e constatar que a medida de θ em radianos se mantem inalterada.



$$\text{amplitude de } \theta \text{ em graus} = 67.9393^\circ$$

$$\text{amplitude de } \theta \text{ em radianos} = \frac{\text{arco } AB}{\text{raio } r} = \frac{2.3715}{2} = 1.1858 \text{ rad}$$

Como converto graus em radianos e vice-versa?

Sabendo que 360° corresponde a 2π radianos, basta usar uma proporcionalidade direta. Por exemplo:

$$360^{o} \text{ está para } 2\pi \text{ rad assim como } 45^{o} \text{ está para } x: \qquad x = \frac{2\pi \text{ rad} \times 45^{o}}{360^{o}} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

enquanto que:

$$360^{o} \text{ está para } 2\pi \text{ rad assim como } x \text{ está para } \frac{\pi}{6} \text{ rad}: \qquad x = \frac{\frac{\pi}{6} \text{ rad} \times 360^{o}}{2\pi \text{ rad}} = 30^{o}$$

isto é:

$$45^{\circ} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}, \quad \frac{\pi}{6} \text{ rad} = 30^{o}$$

Quais as vantagens de usar a medida de ângulos em radianos?

A medida em radianos é adimensional, isto é, não depende da unidade de medida com a qual se medem comprimentos de arco. Recorde que radiano define-se através do quociente entre dois comprimentos - o de um arco e o de um raio de uma circunferência. É indiferente a medida com a qual se medem estes comprimentos. Pode ser em mm, cm, metros, etc.

Em geral, os matemáticos, os físicos, etc., preferem usar a medida dos ângulos em radianos, pois as fórmulas do Cálculo são mais simples quando a variável independente x nas funções trigonométricas tais como $sin\ x$, $cos\ x$, etc. é expressa em radianos. Por exemplo, só quando x é expresso em radianos é que a derivada da função $sin\ x$ é $cos\ x$, a derivada do $cos\ x$ é $-sinx$, etc. (ver derivadas das funções trigonométricas).

Como, por exemplo, $sin\ x$ é adimensional e x também o é (quando medido em radianos) podemos comparar $sin\ x$ com x. De facto, para ângulos muito pequenos (perto de 0), $sin\ x$ é aproximadamente igual a x. Uma melhor aproximação para $sin\ x$ é $x - \frac{x^3}{6}$, sendo o erro inferior a $\frac{x^5}{120}$.

Atenção. Erros frequentes

- um erro grave é dizer que $sin\ \alpha$ é aproximadamente igual a α, mesmo para valores de α muito pequenos, se medimos α em graus.
- outro erro grave é, por exemplo, afirmar que: $cos\ \alpha = cos(\alpha+2n\pi), \forall\ n \in \mathbb{Z}$ se medimos α em graus. De facto, no segundo membro estamos a somar o valor de um ângulo em graus, α, com o valor de um ângulo em radianos, $2n\pi$, o que é absurdo, e torna falsa a igualdade.
- Tenha pois em atenção que em todas as fórmulas trigonométricas que usar, todos os ângulos envolvidos têm obrigatoriamente de estar medidos na mesma unidade (graus, radianos, ou qualquer outra)