Superfície cónica

Virgínia Amaral [*], Elfrida Ralha [†], Inês Sousa [†], Cláudia Taveira [‡], Ângela Lopes [‡]

[*] Escola Secundária de Leal da Câmara

[†] Universidade do Minho

[‡] Escola Secundária/3 de Vila Cova da Lixa

[*] virginiamaral@gmail.com

CITAÇÃO

Amaral, V., Ralha, M.E., Sousa, I., Taveira, C., Lopes, A. (2014) Superfície cónica, *Rev. Ciência Elem.*, V2(01):022. doi.org/10.24927/rce2014.022

EDITOR

José Ferreira Gomes, Universidade do Porto

RECEBIDO EM

16 de setembro de 2011

ACEITE EM

26 de maio de 2012

PUBLICADO EM

05 de junho de 2012

rce.casadasciencias.org

Superfície Cónica é o lugar geométrico dos pontos P de coordenadas (x,y,z) definidos por uma equação (canónica) do tipo:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$$

com a,b,c constantes reais diferentes de zero.

Notas

A superfície cónica definida por $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$ tem o vértice na origem de um referencial tridimensional, ortonormado (em relação ao qual se definiu a equação) e é simétrica em relação aos planos coordenados.

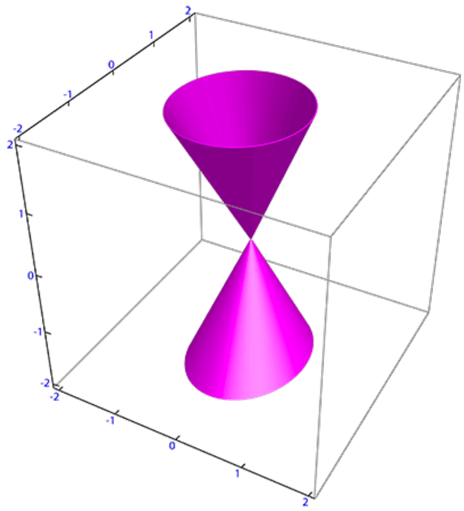

FIGURA 1. Superfície cónica definida pela equação $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}-\frac{z^2}{25}=0$.

Observe-se ainda que as equações (canónicas) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=0$ ou $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$ ou etc. (no primeiro membro, dois coeficientes com um sinal e o terceiro com sinal diferente) também representam superfícies cónicas de vértice em O, apesar de terem outro eixo.

Atendendo a que a equação inicial da superfície cónica $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$se pode escrever na forma $z^2 = c^2\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right)$ ou ainda na forma equivalente $z = \pm\sqrt{c^2\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right)}$, cada uma destas equações $z = \sqrt{c^2\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right)}$ e $z = -\sqrt{c^2\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right)}$ define uma **hemisuperfície cónica**, respetivamente, a superior e a inferior (relativamente ao plano coordenado XOY).

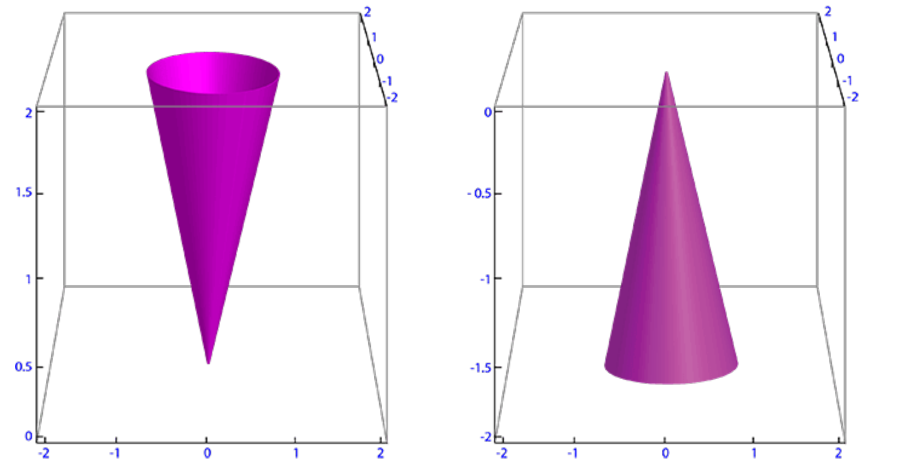

FIGURA 2. Hemisuperfícies cónicas definidas, respetivamente, pelas equações $z^2 = \sqrt{c^2\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right)}$ e $z^2 = -\sqrt{c^2\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right)}$.

As secções paralelas ao plano coordenado *XOY* são elipses (circunferências quando *a* = *b*, caso em que se tem um cone de revolução ou cone circular reto) definidas por $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = k$.

As secções planas paralelas aos outros planos coordenados são hipérboles definidas por $\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = k$ ou $\frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = k$.