

# Progressão harmónica

## CITAÇÃO

Tavares, J. N. (2014)  
Progressão harmónica,  
*Rev. Ciência Elem.*, V2(04):266  
[doi.org/10.24927/rce2014.266](https://doi.org/10.24927/rce2014.266)

## EDITOR

José Ferreira Gomes,  
Universidade do Porto

## RECEBIDO EM

21 de julho de 2011

## ACEITE EM

03 de outubro de 2011

## PUBLICADO EM

31 de dezembro de 2014

## COPYRIGHT

© Casa das Ciências 2014.  
Este artigo é de acesso livre,  
distribuído sob licença Creative  
Commons com a designação  
[CC-BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/), que permite  
a utilização e a partilha para fins  
não comerciais, desde que citado  
o autor e a fonte original do artigo.

[rce.casadasciencias.org](http://rce.casadasciencias.org)



João Nuno Tavares  
CMUP/ Universidade do Porto

Uma progressão harmónica é uma sucessão de números reais não nulos,  $(\mu_n)$ , cuja sucessão dos inversos  $\left(\frac{1}{\mu_n}\right)$  é uma progressão aritmética.

Portanto:

$$\frac{1}{\mu_2} - \frac{1}{\mu_1} = \frac{1}{\mu_3} - \frac{1}{\mu_2} = \frac{1}{\mu_4} - \frac{1}{\mu_3} = \dots = \frac{1}{\mu_{n+1}} - \frac{1}{\mu_n} = \dots = r,$$

sendo  $r$  a razão da progressão aritmética.

Por exemplo, a sucessão  $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$  é uma progressão harmónica uma vez que a sucessão dos inversos,  $1, 2, 3, \dots, n, \dots$  é a progressão aritmética de razão  $r = 1$ .

Deduz-se, então que:

$$\mu_2 = \frac{2\mu_1\mu_3}{\mu_1 + \mu_3}, \quad \mu_3 = \frac{2\mu_2\mu_4}{\mu_2 + \mu_4}, \quad \mu_4 = \frac{2\mu_3\mu_5}{\mu_3 + \mu_5}, \dots, \quad \mu_n = \frac{2\mu_{n-1}\mu_{n+1}}{\mu_{n-1} + \mu_{n+1}}, \dots$$

isto é, cada termo é a média harmónica dos seus termos vizinhos imediatos, tal como, no exemplo anterior:

$$\frac{1}{2} = \frac{2 \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{3}}{\frac{1}{1} + \frac{1}{3}}, \quad \frac{1}{3} = \frac{2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}, \quad \frac{1}{4} = \frac{2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}}, \quad \dots, \quad \frac{1}{n} = \frac{2 \times \frac{1}{n-1} \times \frac{1}{n+1}}{\frac{1}{n-1} + \frac{1}{n+1}}, \dots$$