REVISTA DE CIÊNCIA ELEMENTAR

Conjugado de um número complexo

Filipe Ramos
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

CITAÇÃO
Ramos, F.(2015)
Conjugado de um número complexo,
Rev. Ciência Elem., V3(02):123.
doi.org/10.24927/rce2015.123

EDITOR
José Ferreira Gomes,
Universidade do Porto

RECEBIDO EM
22 de fevereiro de 2012

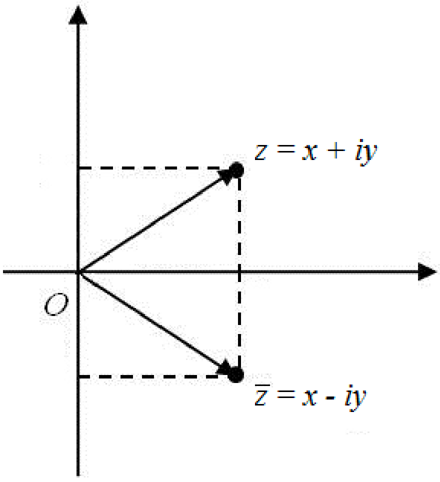
ACEITE EM
28 de maio de 2012

PUBLICADO EM
15 de junho de 2015

rce.casadasciencias.org

Considerando um número complexo $z=x+iy$, com $x,y\in\mathbb{R}$, o seu conjugado, escrito na forma algébrica, é o número complexo $\bar{z}=x-iy$.

Geometricamente:



Nota

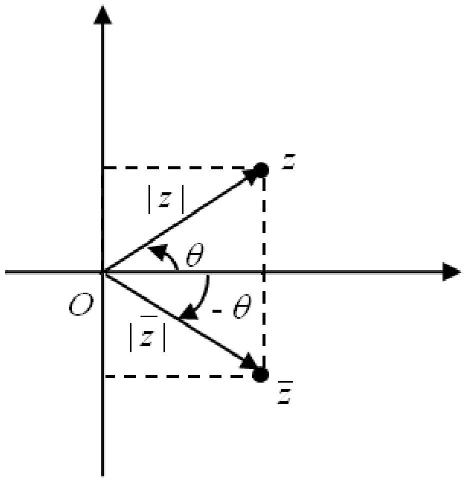
- O conjugado de um número complexo cuja parte imaginária é nula (número real) é o próprio número, pois sendo $z=x$, temos $\bar{z}=x$.
- O conjugado de um número complexo cuja parte real é nula (imaginário puro), $z=iy$, é $\bar{z}=-iy$.

Se z é um número complexo não nulo e $\theta=\arg(z)$ tem-se, na forma trigonométrica, $z=|z|(\cos\theta+i\sin\theta)$ e $\bar{z}=|z|(\cos\theta-i\sin\theta)$.

Como $|z|=|\bar{z}|$, $\sin(-\theta)=-\sin\theta$ (a função seno é ímpar) e $\cos(-\theta)=\cos\theta$ (a função cosseno é par), tem-se:

$\bar{z}=|z|(\cos\theta-i\sin\theta) = \bar{z}=|\bar{z}|(\cos(-\theta)+i\sin(-\theta))$,

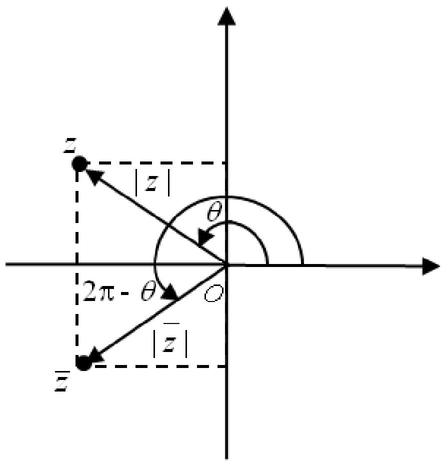
pelo que $(-\theta)$ é um argumento de $\bar{z}$.



Nota

Caso se considere θ o argumento positivo mínimo do número complexo z, $\theta \in [0,2\pi[$, então, o argumento o argumento mínimo de $\overline{z}$ é $2\pi-\theta$.

Considerando, por exemplo, z um número complexo do segundo quadrante, tem-se, geometricamente:



Se um número complexo z, não nulo, está expresso na forma exponencial $z=|z|e^{i\theta}$, onde $\theta=\arg(z)$, o seu conjugado $\overline{z}$,na forma exponencial, é $\overline{z}=|z|e^{-i\theta}$.

Em particular, o conjugado do número complexo $z=e^{ix}$, com $x \in R$, é $\overline{z}=e^{-ix}$.

Propriedades

Para dois números complexos, z e w, tem-se:

1. $\overline{z+w}=\overline{z}+\overline{w}$
2. $\overline{z.w}=\overline{z}.\overline{w}$
3. $\overline{\left(\frac{z}{w}\right)}=\frac{\overline{z}}{\overline{w}}$ se $w \neq 0$
4. $\overline{\overline{z}}=z$
5. $z.\overline{z}=|z|^2$

6. $|\overline{z}| = |z|$
7. $Re(z) = \dfrac{z + \overline{z}}{2}$
8. $Im(z) = \dfrac{z - \overline{z}}{2i}$
9. $arg\,(\overline{z}) = -arg\,(z) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ se $z \neq 0$