

## —

# Loxodrómi- as e Espirais – II

### CITAÇÃO

Rodrigues, JF (2017)  
Loxodrómi-  
as e espirais — II,  
*Rev. Ciência Elem.*, V5(03):036.  
[doi.org/10.24927/rce2017.036](https://doi.org/10.24927/rce2017.036)

### EDITOR

José Ferreira Gomes,  
Universidade do Porto

### RECEBIDO EM

21 de outubro de 2016

### ACEITE EM

4 de dezembro de 2016

### PUBLICADO EM

30 de setembro de 2017

### COPYRIGHT

© Casa das Ciências 2017.  
Este artigo é de acesso livre,  
distribuído sob licença Creative  
Commons com a designação  
[CC-BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/), que permite  
a utilização e a partilha para fins  
não comerciais, desde que citado  
o autor e a fonte original do artigo.

[rce.casadasciencias.org](http://rce.casadasciencias.org)



José Francisco Rodrigues

CMAF\_IO/ Universidade de Lisboa

[jfrodriques@fc.ul.pt](mailto:jfrodriques@fc.ul.pt)

Na Renascença, quando as navegações oceânicas suscitaram questões matemáticas novas na navegação, na cartografia e na astronomia, o matemático Pedro Nunes (1502-1578) procurou não só compreender as linhas de rumo, mais tarde também chamadas linhas loxodrómicas ou loxodrómi-  
as, como formulou o problema de as representar no plano. Se, no seu “*Tratado em defesam da carta de marear*”, incluído no “*Tratado da Sphera*” de 1537<sup>1</sup>, recorreu a uma bela roseta que confundiu os historiadores que a tomaram como sendo a projeção estereográfica, na sua importante obra latina de 1566<sup>2</sup>, salientou a importância de utilizar na cartografia marítima “*uma descrição plana da orbe*” que retificasse a linha de rumo, i.e., uma representação onde “*são desenhadas linhas retas em lugar dos rumos do mesmo nome; como são paralelas, fazem ângulos iguais com toda a linha meridiana ou rumo Norte-Sul*”.



FIGURA 1. O enigma da roseta de Pedro Nunes na aplicação “Loxodrómi-  
as e Espirais”.

Essa representação proposta por Pedro Nunes nessa obra de 1566, foi efetuada em 1569 pela primeira vez num Mapa-mundi por Gerardus Mercator, e viria a ser a projeção cilíndrica conforme, ainda hoje a mais utilizada nas cartas de marear<sup>3</sup>.

No artigo anterior<sup>4</sup>, descreveu-se como, através da aplicação interativa LOXODRÓMIAS E ESPIRAIS ([http://formas-formulas.fc.ul.pt/interactive/loxo/pt/index\\_pt.html](http://formas-formulas.fc.ul.pt/interactive/loxo/pt/index_pt.html)), *loxo*, se po-

dem traçar virtualmente linhas de rumo na superfície esférica da Terra, escolhendo um azimute partindo de Lisboa ou comparando as rotas entre duas cidades, escolhidas numa lista, ou entre dois quaisquer pontos no globo a partir das suas latitudes e longitudes. Descreve-se agora como também se podem relacionar essas espirais esféricas com algumas das suas projeções planas, que ainda sendo espirais, permitem a esclarecer o enigma das curvas da roseta de Pedro Nunes incluída no seu Tratado publicado em Lisboa em 1537. A primeira representação de Nunes é uma simples projeção ortográfica do equador numa ilustração já referida anteriormente<sup>4</sup>. A segunda é a roseta de Nunes, representada na FIGURA 1, que motivou a segunda componente da *loxo* que ilustra, de forma interativa, algumas variantes de projeções planas duma linha de rumo, partindo do facto, conhecido desde o século XVII, que a sua projeção estereográfica é uma espiral logarítmica que intersesta as linhas radiais num plano segundo ângulos iguais, tal como a loxodromia intersesta os meridianos da esfera sempre segundo o mesmo ângulo.



FIGURA 2. Comparação da espiral logarítmica, à esquerda, com a espiral de Poincaré, à direita, correspondentes, respetivamente, às projeções estereográfica e ortográfica de uma loxodromia com azimute de  $76^\circ$ .

A projeção estereográfica, conhecida no tempo de Ptolemeu e dos matemáticos da antiguidade como projeção planisférica, projeta a superfície esférica a partir de um dos polos no plano tangente ao polo oposto<sup>5,6</sup>. Esta projeção preserva os ângulos, i.e., é conforme, mas não mantém nem as distâncias entre pontos nem as áreas. A FIGURA 2 mostra um plano tangente à esfera da Terra no polo Norte reproduzindo, à esquerda, a espiral logarítmica que se obtém com a projeção estereográfica de uma loxodromia correspondente a um azimute de  $76^\circ$  e que traduziria sua meia sombra nesse plano se se colocasse um foco de luz exatamente no polo Sul. Na *loxo*, um ponto-cursor faz mover a perspetiva de forma contínua a partir do polo Sul até ao infinito, deformando no plano a espiral logarítmica até se obter uma espiral de Poincaré<sup>6</sup>, que está representada no círculo branco da direita na FIGURA 2 e traduz a meia sombra da loxodromia quando a luz é paralela ao eixo da Terra. A espiral de Poincaré corresponde à projeção ortográfica da loxodromia e mostra a Terra tal como aparece vista do espaço exterior à medida que o observador se afasta dela. As duas espirais, apesar de parecidas, correspondem a equações diferentes que se podem obter uma da outra com a variação contínua de um parâmetro, e o ponto-cursor da *loxo* permite deformar a espiral logarítmica numa espiral de Poincaré.

A imagem que ilustra o menu da *loxo* reproduz uma roseta com que Pedro Nunes, no seu tratado de 1537, pretendeu ilustrar loxodromias com azimutes de  $45^\circ$  e  $67,5^\circ$ . Sobre esta representação, na FIGURA 3 estão representadas as projeções de loxodromias com espirais intermédias obtidas com a mudança do ponto de perspetiva que transforma a espiral logarítmica na espiral de Poincaré e permite aproximar essas espirais às curvas da roseta de Pedro Nunes, iluminando um enigma que perdurava.



FIGURA 3. As espirais sobrepostas sobre os arcos de circunferência da roseta de Pedro Nunes esclarecem o enigma.

De facto, pode ser verificado com a *loxo* que não existe nenhum ponto de perspetiva que corresponda aos arcos da roseta de Pedro Nunes, pois também foi verificado, com outros meios, que estes correspondem a arcos de circunferência justapostos.

A versão interativa da *loxo*, inicialmente criada em dezembro de 2012, foi integrada, no ano seguinte dedicado à Matemática do Planeta Terra, na Exposição "Formas e Fórmulas", que esteve em exibição no Museu da Universidade de Lisboa, entre junho de 2012 e julho de 2016. A atual versão está livremente disponível em [http://formas-formulas.fc.ul.pt/interactive/loxo/pt/index\\_pt.html](http://formas-formulas.fc.ul.pt/interactive/loxo/pt/index_pt.html).

Consulte a primeira parte do artigo em [rce.casadasciencias.org/art/2017/022](http://rce.casadasciencias.org/art/2017/022)

## REFERÊNCIAS

- <sup>1</sup> NUNES, P. *Tratado da Sphera*, Lisboa, 1537, Biblioteca Nacional de Portugal <http://purl.pt/14445> Reedição, com comentários, pela Academia de Ciências de Lisboa—Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2002.
- <sup>2</sup> NUNES, P. *Petri Nonni Salaciensis Opera*, Basileae, 1566, Biblioteca Nacional de Portugal <http://purl.pt/14447> Reedição e tradução, com comentários, pela Academia de Ciências de Lisboa—Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2008 e 2011.
- <sup>3</sup> RODRIGUES, JF, Alguns aspetos matemáticos do planeta Terra, in "Matemática do Planeta Terra", editado por F.P.Costa, J.Buescu, J.T.Pinto, IST Press, Lisboa, 2013.
- <sup>4</sup> Rodrigues, JF (2017) Loxodrótrias e espirais — I, *Rev. Ciência Elem.*, V5(02):022. [doi.org/10.24927/rce2017.022](https://doi.org/10.24927/rce2017.022)
- <sup>5</sup> QUEIRÓS, JF, Pedro Nunes e as Linhas de Rumo, *Gazeta de Matemática*, 143 (2002), 42-47.
- <sup>6</sup> TEIXEIRA, JF, *Traité des courbes spéciales remarquables*, TomeII, Obras, vol.V, Coimbra, 1909.