REVISTA DE CIÊNCIA ELEMENTAR

Potências

João Nuno Tavares*, Ângela Geraldo‡

* Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

‡ CMUP/ Universidade do Porto

CITAÇÃO

Tavares, J. N., Geraldo, A.(2017)
Potências,
Rev. Ciência Elem., V5(01):067.
doi.org/10.24927/rce2017.067

EDITOR

José Ferreira Gomes
Universidade do Porto

RECEBIDO EM

10 de abril de 2013

ACEITE EM

02 de maio de 2013

PUBLICADO EM

31 de março de 2017

rce.casadasciencias.org

Potências de expoente inteiro positivo

Seja a um número real positivo e n um número inteiro positivo, a potência a^n é definida como o produto de n fatores iguais ao número a. Ou seja,

$a^n=a\times a\times a\times\cdots\times a$ (n fatores)

Os números a e n denominam-se base e expoente da potência, respetivamente.

Considerando m e n dois inteiros positivos temos que: $a^m\times a^n=a^{m+n}$. Esta propriedade das potências permite-nos definir as potências seguintes.

Potências de expoente nulo

Tendo em conta a propriedade anterior somos obrigados a convencionar que a potência de expoente zero de qualquer número, ou seja a^0, é sempre igual a 1 uma vez que:

$a^0\times a^n=a^{0+n}=a^n \Rightarrow a^0=1$

Atenção

Quando a=0 e n<0 não se define 0^n. Por exemplo, $0^3=0$ mas não se define 0^{-4} como número real;

Não se define 0^0.

Potências de expoente inteiro negativo

Uma vez definidas as potências de expoente inteiro positivo e expoente zero procuramos agora definir as potências de expoente inteiro negativo.Para isso, consideremos novamente a propriedade enunciada anteriormente temos então que:

$a^{-n}\times a^n=a^{-n+n}=a^0=1$ donde podemos concluir que $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$.

Potência da potência

Considerando o produto de várias potências e a validade da propriedade das potências nesse caso, podemos então estabelecer a seguinte igualdade,

$a^m\times a^n\times a^p\times a^q=a^{m+n+p+q}$.

Em particular, tomando um produto de s fatores iguais a a^m, obtemos,

$a^m\times a^m\times\cdots\times a^m=(a^m)^s=a^{m\times s}=a^{ms}$, ou seja, $(a^m)^s=a^{ms}$.

Potências de expoente fracionário

Procuramos agora estender a definição de potência de um número real positivo de modo

a incluir os expoentes fracionários da forma $f = \dfrac{r}{s}, r \in \mathbb{Z}$ e $s \in \mathbb{Z}^{+}$. Assim, tendo em conta a propriedade enunciada, a potência de expoente fracionário define-se como:
$(a^{r/s})^s = a^{(r/s)\times s} = ar$, ou seja, $a^{r/s} = \sqrt[s]{a^r}$.

Daqui concluímos que $a^{1/s} = \sqrt[s]{a^r}$

Acabamos de definir a potência, a^n, de um número real positivo, a, para expoentes inteiros e fracionários, ou seja, a potência a^n está assim definida para $n \in \mathbb{Q}$.

Potências de expoente irracional

Definidas as potências para expoentes racionais, discute-se de seguida o significado de uma potência de expoente irracional. Podemos definir, de uma forma satisfatória, uma potência de expoente irracional, aproximando esse expoente com números racionais. Por exemplo, podemos definir $5^{\sqrt{2}}$ tomando as seguintes aproximações racionais para o número irracional $\sqrt{2}$:
1,4; 1,41; 1,414; 1,4142; 1,41421; etc.

Tomamos então os números $5^{1,4}$; $5^{1,41}$; $5^{1,414}$; $5^{1,4142}$; $5^{1,41421}$ etc, como valores aproximados de $5^{\sqrt{2}}$. Assim, quanto mais próximo o número racional r esteja de $\sqrt{2}$, mais próximo estará 5^r de $5^{\sqrt{2}}$.

Ver também

- Logarítmos
- Função exponencial
- Função logarítmica

REFERÊNCIAS

[1] LIMA *et al.*, *Logaritmos, Instituto de Matemática Pura*, VITAE Apoio à cultura, educação e promoção social. 1991.