

Potências

João Nuno Tavares*, Ângela Geraldo†

* Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

† CMUP/ Universidade do Porto

CITAÇÃO

Tavares, J. N., Geraldo, A. (2017)
Potências,
Rev. Ciência Elem., V5(01):067.
doi.org/10.24927/rce2017.067

EDITOR

José Ferreira Gomes
Universidade do Porto

RECEBIDO EM

10 de abril de 2013

ACEITE EM

02 de maio de 2013

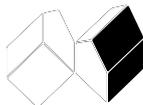
PUBLICADO EM

31 de março de 2017

COPYRIGHT

© Casa das Ciências 2021.
Este artigo é de acesso livre,
distribuído sob licença Creative
Commons com a designação
[CC-BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/), que permite
a utilização e a partilha para fins
não comerciais, desde que citado
o autor e a fonte original do artigo.

rce.casadasciencias.org



Potências de expoente inteiro positivo

Seja a um número real positivo e n um número inteiro positivo, a potência a^n é definida como o produto de n fatores iguais ao número a . Ou seja,

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n \text{ (n fatores)}$$

Os números a e n denominam-se base e expoente da potência, respetivamente.

Considerando m e n dois inteiros positivos temos que: $a^m \times a^n = a^{m+n}$. Esta propriedade das potências permite-nos definir as potências seguintes.

Potências de expoente nulo

Tendo em conta a propriedade anterior somos obrigados a convencionar que a potência de expoente zero de qualquer número, ou seja a^0 , é sempre igual a 1 uma vez que:

$$a^0 \times a^n = a^{0+n} = a^n \Rightarrow a^0 = 1$$

Atenção

Quando $a=0$ e $n<0$ não se define 0^n . Por exemplo, $0^3=0$ mas não se define 0^{-4} como número real;

Não se define 0^0 .

Potências de expoente inteiro negativo

Uma vez definidas as potências de expoente inteiro positivo e expoente zero procuramos agora definir as potências de expoente inteiro negativo. Para isso, consideremos novamente a propriedade enunciada anteriormente temos então que:

$$a^{-n} \times a^n = a^{-n+n} = a^0 = 1 \text{ donde podemos concluir que } a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Potência da potência

Considerando o produto de várias potências e a validade da propriedade das potências nesse caso, podemos então estabelecer a seguinte igualdade,

$$a^m \times a^n \times a^p \times a^q = a^{m+n+p+q}.$$

Em particular, tomando um produto de s fatores iguais a a^m , obtemos,
 $a^m \times a^m \times \dots \times a^m = (a^m)^s = a^{m \times s} = a^{ms}$, ou seja, $(a^m)^s = a^{ms}$.

Potências de expoente fracionário

Procuramos agora estender a definição de potência de um número real positivo de modo

a incluir os expoentes fracionários da forma $f = \frac{r}{s}$, $r \in \mathbb{Z}$ e $s \in \mathbb{Z}^+$. Assim, tendo em conta a propriedade enunciada, a potência de expoente fracionário define-se como: $(a^{r/s})^s = a^{(r/s) \cdot s} = a^r$, ou seja, $a^{r/s} = \sqrt[s]{a^r}$.

Daqui concluímos que $a^{1/s} = \sqrt[s]{a}$

Acabamos de definir a potência, a^n , de um número real positivo, a , para expoentes inteiros e fracionários, ou seja, a potência a^n está assim definida para $n \in \mathbb{Q}$.

Potências de expoente irracional

Definidas as potências para expoentes racionais, discute-se de seguida o significado de uma potência de expoente irracional. Podemos definir, de uma forma satisfatória, uma potência de expoente irracional, aproximando esse expoente com números racionais. Por exemplo, podemos definir $5^{\sqrt{2}}$ tomando as seguintes aproximações racionais para o número irracional $\sqrt{2}$:

1,4; 1,41; 1,414; 1,4142; 1,41421; etc.

Tomamos então os números $5^{1,4}$; $5^{1,41}$; $5^{1,414}$; $5^{1,4142}$; $5^{1,41421}$ etc, como valores aproximados de $5^{\sqrt{2}}$. Assim, quanto mais próximo o número racional r esteja de $\sqrt{2}$, mais próximo estará 5^r de $5^{\sqrt{2}}$.

Ver também

- Logaritmos
- Função exponencial
- Função logarítmica

REFERÊNCIAS

¹LIMA et al., *Logaritmos*, Instituto de Matemática Pura, VITAE Apoio à cultura, educação e promoção social. 1991.