

Logarítmos

João Nuno Tavares*, Ângela Geraldo†

* Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

† CMUP/ Universidade do Porto

CITAÇÃO

Tavares, J. N., Geraldo, A. (2017)
Logarítmos,
Rev. Ciência Elem., V5(01):068.
doi.org/10.24927/rce2017.068

EDITOR

José Ferreira Gomes
Universidade do Porto

RECEBIDO EM

07 de março de 2013

ACEITE EM

02 de maio de 2013

PUBLICADO EM

31 de março de 2017

COPYRIGHT

© Casa das Ciências 2021.
Este artigo é de acesso livre,
distribuído sob licença Creative
Commons com a designação
[CC-BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/), que permite
a utilização e a partilha para fins
não comerciais, desde que citado
o autor e a fonte original do artigo.

rce.casadasciencias.org



Dado um número real $a > 0$, o logaritmo de um número $x > 0$ na base a é o expoente y a que se deve elevar a de tal modo que $a^y = x$. Escreve-se $y = \log_a x$ e lê-se y é o logaritmo de x na base a .

Podemos então escrever que $\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$.

Deduz-se desta definição e das propriedades das potências a seguinte propriedade dos logaritmos:

$$\log_a (ux) = \log_a u + \log_a x.$$

Para provar esta propriedade tomemos $\log_a u = v$ e $\log_a x = y$, ou seja, $a^v = u$ e $a^y = x$. Temos então que, $a^v \times a^y = ux \Leftrightarrow a^{v+y} = ux \Leftrightarrow v+y = \log_a (ux) \Leftrightarrow \log_a u + \log_a x = \log_a (ux)$.

Logarítmos a partir de potências de expoente irracional

Tendo em conta a definição de logaritmo apresentada anteriormente, que teve por base a definição de potência e suas propriedades, e que define logaritmo como expoente, qual seria o logaritmo de 3 na base 10?

Pela definição anterior, $\log_{10} 3$ é o número y tal que $10^y = 3$.

Suponhamos que $\log_{10} 3 = y = \frac{r}{s}$ fosse um número racional. Teríamos então que:

$10^{\frac{r}{s}} = 3$, ou seja, $10^r = 3^s$ o que é absurdo, uma vez que 10^r é um 1 seguido de r zeros, e uma potência de 3 nunca toma essa forma. Portanto, concluímos que $\log_{10} 3$ não pode ser um número racional.

Como logaritmo de 3 na base 10 não é um número racional, como acabámos de ver, qual será o número y irracional tal que $10^y = 3$?

Antes de mais, qual será o significado de uma potência de expoente irracional? Por exemplo, qual será o significado de $10^{\sqrt{3}}$, a $\sqrt{3}$ -ésima potência de 10?

Uma definição satisfatória é a seguinte. Tomando os valores aproximados de $\sqrt{3}$:

1,7; 1,73; 1,732; 1,73205; 1,7320508; 1,732050807, etc., podemos definir $10^{1,7}$, $10^{1,73}$, $10^{1,732}$, $10^{1,73205}$, $10^{1,7320508}$, $10^{1,732050807}$, etc.,

como os valores aproximados de $10^{\sqrt{3}}$. Assim, quanto mais próximo o número racional b esteja de $\sqrt{3}$ mais próximo 10^b está de $10^{\sqrt{3}}$.

Retomando o nosso exemplo, $\log_{10} 3$ seria aproximadamente igual a 0,478 pois $10^{0,478} \simeq 3$.

Apesar da abordagem anterior ser intuitiva e plausível, o desenvolvimento rigoroso da teoria das potências com expoente real (racional e irracional), necessário à formalização da noção de logaritmo, é um processo longo e tedioso.

Ver também

- Potências
- Função logarítmica
- Função exponencial

REFERÊNCIAS

¹LIMA *et al.*, *Logaritmos*, Instituto de Matemática Pura, VITAE Apoio à cultura, educação e promoção social. 1991.