**REVISTA DE CIÊNCIA ELEMENTAR**

# Função quadrática

João Nuno Tavares*, Ângela Geraldo[ǀ]
* Faculdade de Ciências da Universidade do Porto
[ǀ] CMUP/ Universidade do Porto

**CITAÇÃO**
Tavares, J. N., Geraldo, A. (2017)
Função quadrática,
*Rev. Ciência Elem.*, V5(01):069.
doi.org/10.24927/rce2017.069

**EDITOR**
José Ferreira Gomes
Universidade do Porto

**RECEBIDO EM**
30 de maio de 2013

**ACEITE EM**
27 de junho de 2013

**PUBLICADO EM**
31 de março de 2017



**rce.casadasciencias.org**

**Uma função f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se uma função quadrática quando existem números reais a, b e c, com a $\neq$0, tais que f(x)=ax²+bx+c para todo x$\in \mathbb{R}$.**

**Propriedades**

A função quadrática tem no máximo dois zeros. Determinar os zeros de uma função quadrática é equivalente a resolver a equação do 2º grau $ax^2+bx+c=0$, assim poderá ser necessário recorrer à fórmula resolvente para equações do 2ºgrau.

- Se o discriminante $\Delta=b^2-4ac$ for negativo, a função quadrática não tem zeros e portanto ou é sempre positiva ou sempre negativa. Se a>0 a função é positiva para x$\in \mathbb{R}$, pelo contrário se o coeficiente a<0 então a função é negativa em todo o seu domínio. Ver FIGURA 1.
- Se $\Delta>0$ a função tem dois zeros, respetivamente: $x_1=(-b-\sqrt{\Delta})/2a$ ; $x2=(-b+\sqrt{\Delta})/2a$ com $x_1<x_2$. Neste caso, se a>0 a função é positiva no intervalo $]-\infty,x_1[\cup]x_2,+\infty[$ e negativa para $x\in]x_1,x_2[$. Já se a<0 a função toma valores positivos para $x\in]x_1,x_2[$ e valores negativos no intervalo $]-\infty,x_1[\cup]x_2,+\infty[$. Ver FIGURA 2.
- Finalmente se $\Delta=0$ a função quadrática possui um único zero em x=−b/2a. Neste caso, se a>0 a função é positiva em $x\in \mathbb{R}\backslash[-b/2a]$. Já se a<0, a função é negativa em xĐRĐ[−b/2a]. Ver FIGURA 3.

a>0 e zeros=[$x_1$, $x_2$]

| x | $-\infty$ | $x_1$ | | $x_2$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | + | 0 | − | 0 | + |

a<0 e zeros=[$x_1$, $x_2$]

| x | $-\infty$ | $x_1$ | | $x_2$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | − | 0 | + | 0 | − |

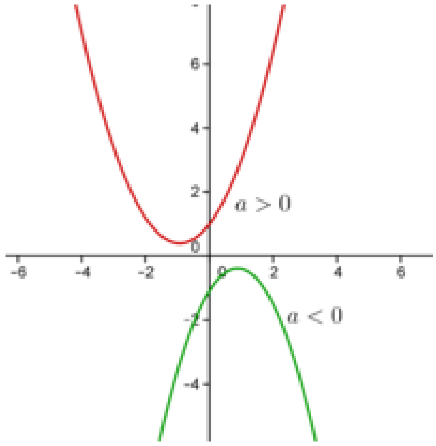


FIGURA 1.

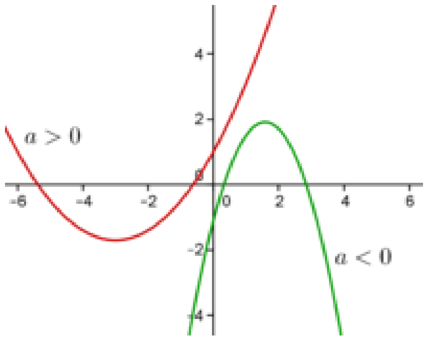


FIGURA 2.

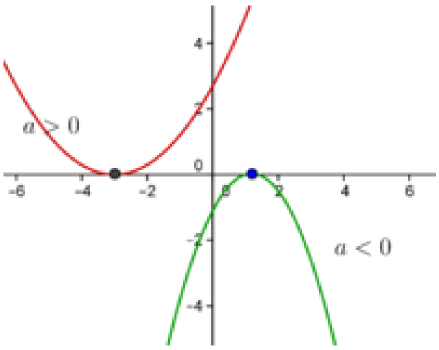


FIGURA 3.

**Monotonia:**

Suponhamos a>0 e consideremos a forma canónica para a função quadrática f(x),

f(x)=ax2+bx+c=a$\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}\right]$

Considerando a soma da duas parcelas no interior dos parêntesis retos, verificamos que a primeira depende de x e é sempre positiva. A segunda parcela é constante. Portanto, o menor valor desta soma é atingido quando $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$ é igual a zero, ou seja, quando $x=-b/2a$. Neste ponto, f(x) também assume o seu valor mínimo. Concluímos assim que, quando a>0 o menor valor (mínimo da função) assumido por f(x) é: $f(-b/2a)=c-(b^2/4a)$.

Se a<0, o valor f(−b/2a) é o maior dos números f(x) (máximo da função), para qualquer $x \in \mathbb{R}$.

Quando a>0, $f(x)=ax^2+bx+c$ não assume valor máximo, é assim uma função ilimitada superiormente. Analogamente, quando a<0, f(x) não assume valor mínimo sendo assim uma função ilimitada inferiormente.

Se a>0

| x | $-\infty$ | −b/2a | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| f(x) | ↘ | Mín. f(−b/2a) | ↗ |

Se a<0

| x | $-\infty$ | −b/2a | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| f(x) | ↗ | Máx. f(−b/2a) | ↘ |

## REFERÊNCIAS

[1] LIMA *et al.*, *A Matemática do Ensino Médio - Volume 1*, 2ªedição, Coleção do Professor de Matemática, Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro. 1997.