Quantificadores universais

João Nuno Tavares*, Ângela Geraldo [ǂ]
* Faculdade de Ciências da Universidade do Porto
[ǂ] CMUP/ Universidade do Porto

CITAÇÃO
Tavares, J. N., Geraldo, A.(2017)
Quantificadores universais,
Rev. Ciência Elem., V5(04):081.
doi.org/10.24927/rce2017.081

EDITOR
José Ferreira Gomes
Universidade do Porto

RECEBIDO EM
18 de dezembro de 2012

ACEITE EM
07 de janeiro de 2013

PUBLICADO EM
31 de dezembro de 2017

O que são?

Os quantificadores universais são as expressões:

- **todo(s), ou para todo(s) que se representa pelo símbolo $\forall$;**
- **existe, ou existe pelo menos um que se representa pelo símbolo $\exists$.**

Exemplos

Vamos ver o seu significado nas seguintes expressões:

$(\forall n \in \mathbb{Z})\,(\exists k \in \mathbb{Z}) : n = 2k$ que se lê para todo o n pertencente a $\mathbb{Z}$, existe pelo menos um k pertencente a $\mathbb{Z}$ tal que $n = 2k$.

Esta proposição diz que todo o número inteiro é par, o que é evidentemente falso.

$(\exists n \in \mathbb{Z})\,(\exists k \in \mathbb{Z}) : n = 2k$ que se lê existe n pertencente a $\mathbb{Z}$ e existe pelo menos um k pertencente a $\mathbb{Z}$ tal que $n = 2k$.

Esta proposição diz que existe um número n par, o que é verdadeiro!

Como negar proposições com os quantificadores?

Vejamos exemplos simples do quotidiano:

Afirmação	Negação
Todas as maças são verdes.	Existe pelo menos uma maça que não é verde.
Existe uma folha seca.	Todos as folhas estão molhadas.

Em matemática podemos ter por exemplo:

Afirmação: $(\forall x \in \mathbb{R} : f(x) > 5)$	Negação: $(\exists x \in \mathbb{R} : f(x) \leq 5)$
Afirmação: $(\exists y > 0 : 0 < g(y) \leq 1)$	Negação $(\forall y > 0 : g(y) \leq 0 \vee g(y) > 1)$

Portanto existe dois tipos de proposições a negar, sendo elas:

- $\forall x \in S$ P(x) é válida ou abreviadamente $\forall x \in S$, P(x);
- $\exists x \in S$ tal que P(x) é válida ou abreviadamente $\exists x \in S$: P(x).

A negação de (para todo $x \in S$ a proposição P(x) é válida) é (existe pelo menos um $x \in S$ tal que a negação de P(x) é válida).

A negação de (existe pelo menos um $x \in S$ tal que P(x) é válida) é (para todo o $x \in S$, é válida a negação de P(x)).

Simbolicamente escrevemos,

$$\sim (\forall x \in S, \quad P(x)) \Leftrightarrow (\exists x \in S : \sim P(x))$$

$$\sim (\exists x \in S : \quad P(x)) \Leftrightarrow (\forall x \in S, \sim P(x))$$

Ver também

Proposições