REVISTA DE CIÊNCIA ELEMENTAR

Força

Eduardo Lage
Universidade do Porto
ejslage@gmail.com

CITAÇÃO
Lage, E. (2018)
Força,
Rev. Ciência Elem., V6(01):007.
doi.org/10.24927/rce2018.007

EDITOR
José Ferreira Gomes,
Universidade do Porto

EDITOR CONVIDADO
Luís Vítor Duarte,
Universidade de Coimbra

RECEBIDO EM
16 de fevereiro de 2018

ACEITE EM
19 de fevereiro de 2018

PUBLICADO EM
14 de março de 2018

rce.casadasciencias.org

Uma força traduz uma interação entre dois ou mais corpos. A força aplicada a um corpo pode alterar o seu estado de movimento, de acordo com as leis de Newton, ou deformá-lo. O peso é, talvez, o exemplo mais comum de uma força: ele resulta da atração gravitacional da Terra sobre qualquer corpo nas suas proximidades e provoca a sua queda se não for contrabalançada pela (força de) resistência do local onde esteja pousado. Esta força manifesta-se sob outras formas: a pressão atmosférica tem origem no peso do ar; a impulsão, no seio de um fluido, é causada por diferenças de pressão no interior do fluido. Mas há outras forças de diferente natureza: o atrito e a viscosidade, forças elétricas e magnéticas são exemplos bem conhecidos.

Um outro tipo de forças é, também, familiar: a força centrífuga, experimentada por um observador em rotação, seja no interior do automóvel que curva, seja no carrocel da feira de diversões. A força centrífuga tem, porém, uma origem diferente das anteriores: ela só é sentida por um observador não inercial e, portanto, ela é consequência, e não causa, do movimento desse observador. É um exemplo das chamadas forças inerciais, tal como a força que nos empurra para trás quando acelera o carro ou nos atira para a frente quando trava bruscamente. As bases de lançamento de foguetões estão localizadas tão próximo quanto possível do equador para tirar partido da maior força centrífuga. A base da ESA situa-se na Guiana Francesa e a da NASA está na Florida.

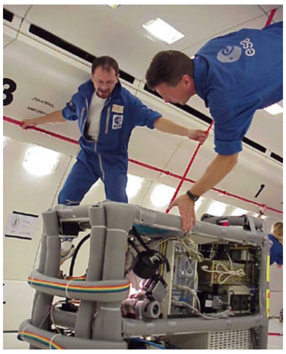

FIGURA 1. Experiência Zero-g a bordo de um Airbus A300. (fonte: ESA)

Menos conhecida é a força de Coriolis que experimentamos se nos movermos no interior de um corpo em rotação, como num autocarro que curva ou num carrocel de feira. A Terra, porque roda, não é um sistema inercial e, portanto, as forças inerciais desempenham um papel importante, explicando o desvio predominante de ventos num sentido, no hemisfério norte, e no sentido contrário, no hemisfério sul; na rotação do plano de oscilação de um pêndulo (Foucault); no funcionamento de girocompassos mecânicos, etc.

As forças de inércia são, frequentemente, designadas por pseudo-forças porque existem para o observador não inercial, mas não existem para o observador inercial; por exemplo, a aparente ausência de peso a bordo de um satélite é, para nós, que o observamos da Terra, consequência de tanto o satélite como o astronauta, no seu interior, seguirem trajetórias paralelas; mas, para o astronauta, ela resulta do cancelamento da força de atração gravítica pela força centrífuga.

Mesmo que a soma das forças (conhecida por resultante) seja nula, a soma dos seus momentos[1] pode não se anular: o caso típico, designado por binário, é o de um par de forças iguais, em grandeza, paralelas e de sentidos opostos. Sentimos esse binário quando abrimos uma torneira ou apertamos um parafuso. A rotação da roda do automóvel ou do disco duro do computador são possíveis porque um motor lhes comunica momentos; a agulha da bússola gira para indicar o norte, porque o campo magnético terrestre exerce um binário sobre o material magnético da agulha; a eletricidade é produzida nas barragens ou nos aerogeradores porque bobinas são obrigadas a rodar, por ação de um binário, na presença de magnetos.

É o atrito que nos faz caminhar ou faz mover um automóvel. O atrito desenvolve-se entre o solo e o nosso pé ou entre pavimento e a roda, opondo-se ao movimento desta; ora, o movimento da roda é a sobreposição da translação do automóvel com a rotação da própria roda. Sendo a velocidade da rotação maior que a da translação (no arranque), a força de atrito tem a direção do movimento do automóvel, e opondo-se-lhe no caso contrário (na travagem). Se diminuir o atrito, porque há água ou óleo na estrada, o automóvel desliza, podendo não diminuir a velocidade mesmo que se trave.

As forças gravitacionais do Sol sobre as diferentes partes da Terra têm uma resultante que origina o movimento de translação em torno do Sol; em relação a essa resultante, as forças são maiores na parte mais próxima do Sol e menores na parte mais afastada. Essas diferenças (conhecidas por forças de marés), também originadas pela Lua, são causa direta das marés, não só da componente fluida (ar e água) como da componente sólida (em muito menor amplitude); mas devido ao atrito, originado por esses movimentos relativos, surge um pequeno binário que vai travando a rotação do planeta. O Sol já travou a rotação de Vénus e a Terra já travou a rotação da Lua por isso, esta, para nós, apresenta sempre a mesma face.

O conceito moderno de força radica na noção de campo, seja ele o campo gravítico ou eletromagnético, os mais conhecidos, ou os campos de forças fracas e fortes responsáveis, respetivamente, pela desintegração do neutrão ou pela coesão do núcleo. Forças como o atrito ou viscosidade resultam do tratamento estatístico de forças de natureza elétrica atuando sobre muitos átomos e em escalas microscópicas.

As forças inerciais têm uma origem completamente distinta. Para se perceber, deve começar-se por relembrar o 1º Princípio de Newton - um corpo livre (isto é, infinitamente afastado de todos os outros) tem um movimento retilíneo e uniforme. Daqui decorre que se um corpo é livre para um observador inercial, então também é livre para outro observador que, em relação ao primeiro, tenha um movimento uniforme e retilíneo. Isto é, todos os observadores inerciais são equivalentes. O 1º Princípio é, assim, uma afirmação de grande simetria e simplicidade e, na verdade, ele não é alterado pela teoria da relatividade restrita. Por outro lado, é óbvio que um tal corpo não tem aquele movimento para todos os observadores: estrelas distantes rodam em torno da Terra, mas atribuímos aquele movimento à rotação da Terra.

Elaborando um pouco mais, designamos por observadores inerciais aqueles para quem o 1º princípio é verificado - portanto, observadores na Terra não são inerciais. Ora, é, apenas, para os observadores inerciais que se aplica o 2º princípio de Newton, i.e., um corpo deixa de ser livre e, portanto, deixa de ter movimento uniforme ou retilíneo, por ação de forças originadas em campos. Deste modo, a 2ª lei de Newton escreve-se $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$, i.e., a aceleração do corpo para um observador inercial é a força (conhecida) atuando sobre o corpo, dividida pela massa do corpo.

Considere-se, agora, um observador não inercial (será notado por O), dotado de um sistema de eixos com versores $\overrightarrow{i'(t)}, \overrightarrow{j'(t)}, \overrightarrow{k'(t)}$ que, em geral, dependem do tempo, para o observador inercial, se tal sistema de eixos tiver rotação. Um qualquer corpo terá, para tal observador, uma velocidade e uma aceleração que serão notadas por uma plica. É fácil estabelecer a relação destas grandezas com as mesmas grandezas definidas para o observador inicial. Começando pela posição instantânea do corpo, tem-se:

$$\overrightarrow{r(t)} = \overrightarrow{r'(t)} + \overrightarrow{r_0(t)} \qquad (1)$$

O 1º membro estabelece a posição do corpo em relação ao observador inercial; no 2º membro, $\overrightarrow{r_0(t)}$ denota a posição do observador não inercial em relação ao inercial; e $\overrightarrow{r'(t)} = x'(t)\overrightarrow{i'(t)} + y'(t)\overrightarrow{j'(t)} + z'(t)\overrightarrow{k'(t)}$. Note-se, aqui, quer as coordenadas do corpo considerado quer os versores dos eixos usados pelo observador não inercial, dependem do tempo: o corpo move-se em relação a este observador e este pode rodar em relação ao inercial. Se o corpo não se mover em relação aos observador O (não inercial), diremos que está rigidamente ligado a ele.

Derivando a eq. (1) em ordem ao tempo, obtemos a relação entre as velocidades:

$$\overrightarrow{v(t)} = \overrightarrow{v'(t)} + \overrightarrow{\omega(t)} \times \overrightarrow{r'(t)} + \overrightarrow{v_0(t)} \qquad (2)$$

Aqui, o sinal × denota produto vetorial; e

$$\overrightarrow{v'(t)} = \dot{x}'(t)\overrightarrow{i'(t)} + \dot{y}'(t)\overrightarrow{j'(t)} + \dot{z}'(t)\overrightarrow{k'(t)}$$

é a velocidade do corpo em relação ao observador não inercial (o ponto significa derivada em ordem ao tempo); $\overrightarrow{\omega(t)}$ é a velocidade de rotação instantânea do referencial não inercial (em relação ao inercial), sendo definida pelas equações:

$$\frac{d}{dt}\overrightarrow{i'(t)} = \overrightarrow{\omega(t)} \times \overrightarrow{i'(t)}$$

$$\frac{d}{dt}\overrightarrow{j'(t)} = \overrightarrow{\omega(t)} \times \overrightarrow{j'(t)}$$

$$\frac{d}{dt}\overrightarrow{k'(t)} = \overrightarrow{\omega(t)} \times \overrightarrow{k'(t)}$$

Tal resulta de $\overrightarrow{i'(t)}, \overrightarrow{j'(t)}, \overrightarrow{k'(t)}$ serem versores, pelo que as suas diferenciais são perpendiculares aos respetivos versores. É óbvio que se os eixos do observador O não rodarem, então os seus versores serão independentes do tempo e $\overrightarrow{\omega(t)} = 0$. Nesta caso, a eq. (2) reduz-se à lei de adição de velocidades de Galileu. Finalmente, $\overrightarrow{v_0(t)}$ é a velocidade do observador não inercial (a origem do seu sistema de eixos) em relação ao observador inercial. Coletivamente, a soma $\overrightarrow{\omega(t)} \times \overrightarrow{r'(t)} + \overrightarrow{v_0(t)}$ é designada por velocidade de transporte - seria a velocidade do corpo se rigidamente ligado ao observador, pelo que é a expressão da velocidade de um ponto genérico de um sólido rígido.

Uma nova derivação, em ordem ao tempo, da eq. (2) conduz-nos à relação entre as acelerações:

$$\overrightarrow{a(t)} = \overrightarrow{a'(t)} + 2\overrightarrow{\omega(t)} \times \overrightarrow{v'(t)} + \overrightarrow{\omega(t)} \times (\overrightarrow{\omega(t)} \times \overrightarrow{r'(t)}) + \overrightarrow{\dot{\omega}(t)} \times \overrightarrow{r'(t)} + \overrightarrow{a_0(t)} \qquad (3)$$

onde:

$\overrightarrow{a'(t)}$ á a aceleração do corpo em relação ao observador O (não inercial);

$2\overrightarrow{\omega(t)} \times \overrightarrow{v'(t)}$ é designada por aceleração de Coriolis - só existe se o corpo se mover, em relação a O, e o sistema de eixos deste observador tiver rotação em relação ao observador inercial;

$\overrightarrow{\omega(t)} \times (\overrightarrow{\omega(t)} \times \overrightarrow{r'(t)})$ é a aceleração centrípeta, reduzindo-se a $-\omega(t)^2\,\overrightarrow{r'_p(t)}$, $\overrightarrow{r'_p(t)}$ sendo a componente de $\overrightarrow{r'(t)}$ perpendicular a $\omega(t)$, i.e., ao eixo de rotação;

$\overrightarrow{a_0(t)}$ é a aceleração do observador não inercial O em relação ao inercial.

Coletivamente, a soma $\overrightarrow{\omega(t)} \times (\overrightarrow{\omega(t)} \times \overrightarrow{r'(t)}) + \overrightarrow{\dot{\omega}(t)} \times \overrightarrow{r'(t)} + \overrightarrow{a_0(t)}$ é designada por aceleração de transporte - seria a aceleração do corpo se rigidamente ligado ao observador e, portanto, será a aceleração de um ponto genérico de um sólido.

Podemos, agora, regressar à 2ª lei de Newton, substituindo, no 1º membro, a aceleração $\overrightarrow{a(t)}$ pela expressão obtida, eq. (3). Resolvendo em ordem a $\overrightarrow{a'(t)}$, obtemos:

$$\overrightarrow{a'(t)} = \frac{\vec{F}}{m} - 2\overrightarrow{\omega(t)} \times \overrightarrow{v'(t)} - \overrightarrow{\omega(t)} \times (\overrightarrow{\omega(t)} \times \overrightarrow{r'(t)}) - \overrightarrow{\dot{\omega}(t)} \times \overrightarrow{r'(t)} - \overrightarrow{a_0(t)} \qquad (4)$$

Mas agora, olhando para esta equação, podemos reinterpreta-lo como uma 2ª lei de Newton na qual, para além das forças $\vec{F}$, surgem devidas aos campos, surgem novas forças originadas por o observador O não ser inercial. Tais forças são coletivamente designadas por forças fictícias ou, preferencialmente, forças de inércia $\vec{F_i}$:

$$\vec{F_i} = -m\left[2\overrightarrow{\omega(t)} \times \overrightarrow{v'(t)} + \overrightarrow{\omega(t)} \times (\overrightarrow{\omega(t)} \times \overrightarrow{r'(t)}) + \overrightarrow{\dot{\omega}(t)} \times \overrightarrow{r'(t)} + \overrightarrow{a_0(t)}\right] \qquad (5)$$

No 2º membro, o 1º termo é a força de Coriolis. Os outros três termos são coletivamente designados for forças de transporte, reconhecendo-se a força centrífuga no 2º termo. Para aplicações na Terra, e para escalas de tempo inferiores a vários milhares de anos (período de precessão do eixo da Terra), o 3º termo é desprezável. Assim, se na força $\vec{F}$ for considerada, separadamente, a atração gravitacional da Terra, $m\vec{G}$, como se esta estivesse parada, então esta contribuição adicionada aos 3º e 4º termos na eq. (5), escreve-se na forma mais conhecida, i.e., $m\vec{g}$, onde, portanto, $\vec{g}$ leva em conta não só a atração gravitacional como o efeito da força centrífuga, originando, assim, a variação da aceleração da gravidade $\vec{g}$ com a latitude.

Note-se que as forças de inércia são proporcionais à massa, tal como o peso, e, por isso, são modernamente chamadas por forças gravíticas, designação que se entenderá melhor quando for discutida a teoria da relatividade geral.

Um exemplo simples: suponha-se que se larga um corpo do alto da torre dos Clérigos (altura h=70m). Considere-se o seguinte sistema de eixos: o eixo z tem a direção e sentido contrário à vertical do lugar $(\vec{g})$ que se pode determinar com um fio de prumo; o eixo x é tangente ao meridiano e aponta para Sul; e o eixo y é tangente ao paralelo, apontando para Este. Se se ignorar a força de Coriolis, um corpo largado livremente cai com movimento uniformemente acelerado $z=h-\frac{1}{2}gt^2$ e, portanto, a sua velocidade, em qualquer instante, é: $v_z=-gt$.

Sendo $\lambda \approx 45°$ a latitude do lugar, o vetor rotação instantanea da Terra, com a direção e sentido do eixo da Terra e grandeza $\omega \approx \frac{2\pi}{24*3600}\,s^{-1}$, faz um ângulo $\frac{\pi}{2}-\lambda$ com o eixo z. Assim, a força de Coriolis tem, nesta 1ª aproximação, a direção e sentido do eixo y, i.e., aponta para Este, resultando:

$$\frac{d^2}{dt^2}y=2\omega\cos\lambda\, gt$$

Uma 1ª integração dá-nos a velocidade para Este (lembrando que o corpo é abandonado com velocidade nula):

$$\frac{d}{dt}y=\omega\cos\lambda\, gt^2$$

E nova integração dá o desvio para Este:

$$y=\frac{1}{3}\omega\cos\lambda\, gt^3$$

Assim, para os valores numéricos indicados, quando o corpo atinge o solo, $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}\approx 3.7$ s, o seu desvio para Este foi $y\approx 9$ mm.

Para maiores alturas de queda, o cálculo exato revela que a trajetória do grave é helicoidal.

[1] O momento de uma força, em relação a um ponto (polo do momento) é o produto da força pela distância do ponto à reta sobreposta à força. Não confundir com momento linear ou, quantidade de movimento, o produto da massa pela velocidade.

REFERÊNCIAS

[1] GOLDSTEIN, H. *et al.*, *Classical Mechanics*, Addison Wesley 3ª edição, 2001.

[2] FEYNMAN, R.P. *et al.*, *The Feynman Lectures on Physics*. San Francisco: Pearson/Addison-Wesley ,Vol. 1, section 12-5, 2006. ISBN 0-8053-9049-9

[3] LANDAU, L.D. e LIFSHITZ, E.M., Mechanics. *Course of Theoretical Physics.* Vol. 1 (3rd ed.). Butterworth-Heinenan, pp. 128-130, 1976.