

DEZEMBRO 2020

# V8/04

REVISTA DE CIÊNCIA ELEMENTAR. CASA DAS CIÊNCIAS



# REVISTA DE CIÊNCIA ELEMENTAR



## FICHA TÉCNICA

*Rev. Ciência Elem.*, V8(04)

Publicação trimestral  
da Casa das Ciências

ISSN 2183-9697 (versão impressa)

ISSN 2183-1270 (versão online)

[rce.casadasciencias.org](http://rce.casadasciencias.org)

DEPÓSITO LEGAL

425200/17

COORDENAÇÃO EDITORIAL

Alexandra Coelho

DESIGN

Rui Mendonça

PAGINAÇÃO

Raul Seabra

IMPRESSÃO E ACABAMENTO

Uniarte Gráfica S.A.

TIRAGEM

2800 exemplares

IMAGEM NA CAPA

Voar livre no espaço

NASA

© Todo o material publicado nesta revista pode ser reutilizado para fins não comerciais, desde que a fonte seja citada.



## PROPRIETÁRIO

Casa das Ciências/ICETA

Faculdade de Ciências,

Universidade do Porto

Rua do Campo Alegre, 687

4169-007 Porto

[rce@casadasciencias.org](mailto:rce@casadasciencias.org)

## CORPO EDITORIAL DA REVISTA DE CIÊNCIA ELEMENTAR

### EDITOR

José Ferreira Gomes (UNIVERSIDADE DO PORTO)

### EDITOR CONVIDADO

João Lopes dos Santos (UNIVERSIDADE DO PORTO)

### CONSELHO EDITORIAL

João Lopes dos Santos (UNIVERSIDADE DO PORTO)

Jorge Manuel Canhoto (UNIVERSIDADE DE COIMBRA)

José Francisco Rodrigues (UNIVERSIDADE DE LISBOA)

Luís Vítor Duarte (UNIVERSIDADE DE COIMBRA)

Maria João Ramos (UNIVERSIDADE DO PORTO)

Paulo Fonseca (UNIVERSIDADE DE LISBOA)

Paulo Ribeiro-Claro (UNIVERSIDADE DE AVEIRO)

### PRODUÇÃO E SECRETARIADO

Alexandra Coelho

Guilherme Monteiro

### NORMAS DE PUBLICAÇÃO NA RCE

A Revista de Ciência Elementar dirige-se a um público alargado de professores do ensino básico e secundário, aos estudantes de todos os níveis de ensino e a todos aqueles que se interessam pela Ciência. Discutirá conceitos numa linguagem elementar, mas sempre com um rigor superior.

### INFORMAÇÃO PARA AUTORES E REVISORES

Convidam-se todos os professores e investigadores a apresentarem os conceitos básicos do seu labor diário numa linguagem que a generalidade da população possa ler e compreender.

Para mais informação sobre o processo de submissão de artigos, consulte a página da revista em [rce.casadasciencias.org](http://rce.casadasciencias.org)



**CASA DAS  
CIÊNCIAS**

EDULOG · FUNDAÇÃO BELMIRO DE AZEVEDO

DEZEMBRO 2020

# V8/04

## ÍNDICE

- |    |  |    |   |
|----|--|----|---|
| 02 | NOTÍCIAS   | 26 | A caixa de Bertrand<br>Carla Santos, Cristina Dias                            |
| 03 | PROFESSOR DO ANO 2020  |    |   |
|    | EDITORIAL  | 29 | Números perfeitos<br>José Carlos Santos                                       |
| 05 | <b>Sem Amarras</b><br>João Lopes dos Santos  | 33 | A fórmula de Planck<br>Eduardo Lage   |
|    | BIOGRAFIA  | 37 | Ondas gravitacionais e (astro)<br>física fundamental<br>Carlos A. R. Herdeiro |
| 07 | <b>Desmond Bernal</b><br>Raquel Gonçalves-Maia   | 42 | Dinâmica de metapopulações em<br>regiões áridas<br>Marisa Naia, José C. Brito |
|    | ARTIGOS  |    | PROJETO DE SUCESSO  |
| 10 | Alterações climáticas e o<br>Sistema Terrestre<br>Orfeu Bertolami, Frederico Francisco | 46 | Aprender com os Prémios Nobel<br>Sílvia Ferreira                              |
| 15 | <b>Inteligência Artificial</b><br>João Vinagre, Nuno Moniz                             |    | IMAGEM DE DESTAQUE  |
| 19 | <b>Medicina Personalizada</b><br>Bruno Flávio Soares                                   | 48 | Medicina e arte<br>Levi Guerra, Luísa Moura Branco                            |
| 23 | <b>A Geometria da Regressão<br/>Linear</b><br>Carlos Gomes                             |    |   |

---

## A nossa casa é maior do que se pensava. A Via Láctea tem um diâmetro de 1,9 milhões de anos-luz.

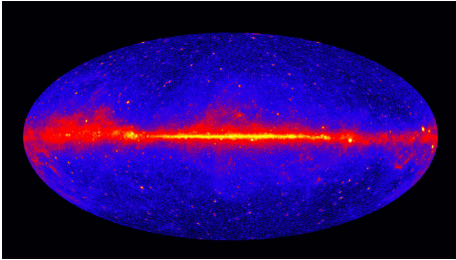


FIGURA 1. Via Láctea. Imagem do Telescópio espacial Fermi (fonte: Fermi LAT collaboration/ DOE/ NASA).

Cada um sabe, certamente, de que tamanho é a sua casa, mas se vivesse num palácio enorme, com inúmeras salas sem luz, podia passar algum tempo até descobrir o seu tamanho. A nossa galáxia tem um disco central luminoso, rodeado de um disco de gás, que se estende por cerca de 120 000 anos-luz, onde se encontram as suas estrelas (em comparação, a nossa distância ao Sol é apenas 8 minutos-luz). Uma equipa de astrónomos da Universidade de Durham estudou o efeito da atração gravítica da Via Láctea nas órbitas de galáxias anãs satélites da Via Láctea e descobriu que a massa da galáxia se estende muito para além do disco estelar e gasoso, até distâncias de 950 milhões de anos-luz dos seus centros. A maior parte dessa massa é matéria escura, assim chamada por não emitir radiação eletromagnética. A sua natureza é ainda um mistério. As simulações desta equipa

revelam também que existem estrelas nessa região, pouco luminosas, à espera de serem observadas. (DOI: 10.1093/mnras/staa1711)

---

## Que tempo vai fazer daqui a três semanas?

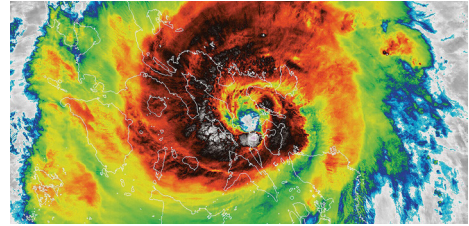


FIGURA 1. Tufão Kammura (fonte: NOAA/ NASA).

Os atuais modelos de previsão do tempo, baseados nas observações de estado do tempo presente, têm uma fiabilidade muito baixa para além de um período de cerca de 10 dias. Existem modelos sazonais, que, com base na observação de fenómenos atmosféricos globais em escalas de tempo mais longas, permitem saber com alguma confiança se o verão vai ser mais quente ou mais chuvoso que o habitual. Entre a previsão para alguns dias, e estes modelos sazonais da escala de meses, estão os modelos sub-sazonais, que permitiriam gerar avisos de fenómenos extremos com maior antecedência, e tomar medidas eficazes para evitar danos humanos e materiais. Foi isso que aconteceu quando, na segunda semana de novembro de 2019, as autoridades filipinas receberam um aviso de chegada do tufão Kammuri para o início de dezembro, e tiveram tempo de evacuar as populações das zonas de risco. (eBook ISBN: 9780128117156)

---

# Professor do Ano 2020



**Paulo Sanches**

Paulo Sanches é professor de Física e Química no Agrupamento de Escolas de Moimenta da Beira, desde 1998. Nascido em Vale de Prazeres, concelho do Fundão, em 1966, licenciou-se em Química – Ramo de Especialização Científica em 1992 na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto e obteve a profissionalização em serviço em 1998, na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viseu.

Fundou em 1999 o Clube das Ciências na sua escola, dedicando-se principalmente às áreas da Astronomia, da Robótica e da Holografia, tendo participação assídua em projetos Ciência Viva. Desde 2009, coordena o Projeto de Ciências Experimentais – Eureka Júnior, que leva o fascínio da Ciência a todas as turmas do Pré-Escolar e 1ºCiclo do agrupamento.

Envolveu-se fortemente, em 2009, no Ano Internacional da Astronomia. Tendo lançado a

nível nacional a “Concentração de Telescópios em Moimenta da Beira”, de que já realizou seis edições (2009, 2010, 2012, 2014, 2016 e 2018) que muito tem contribuído para dinamizar a região, reunindo ali todos os anos centenas de pessoas de todo o país. Representou Portugal no *International Space Camp 2010*, no *U.S. Space and Rocket Center*, ligado à NASA, na cidade de Huntsville, no estado do Alabama dos Estados Unidos da América, tendo levado dois alunos do Clube das Ciências. Em novembro de 2018, foi distinguido como “Professor EspAcial”, pelo ESERO (*European Space Education Resource Office*) Portugal e, em 2019, o Prémio Ciência Viva Educação. É membro da Casa das Ciências, colaborando regularmente com artigos na Revista de Ciência Elementar e atividades nos encontros.

*Ao longo dos últimos anos, o Professor Paulo Sanches, com o seu interesse e mesmo a sua abnegação, pela escola, pelos alunos e pela ciência, acabou por se tornar um caso raro e notável de influência no meio social em que está envolvido.*

José Eduardo Ferreira, Presidente da Câmara Municipal de Moimenta da Beira

*Falar do Paulo, professor, cria-me a dificuldade de separar o professor da pessoa e do amigo. Num final de tarde de um verão passado, estou numa localidade do concelho da Idanha para regressar a Moimenta e dizem-me que o caminho mais direto para o Fundão é por Vale de Prazeres, a terra do Paulo. É por aí que meto e ligo ao Paulo para lhe dizer que vou passar na terra dele, longe de imaginar que ele estava lá a passar uns dias com o pai e família. Daí a alguns minutos estava sentado à mesa com eles. Calmo, metódico, rigoroso; um planificador e organizador nato. Tem sido assim estes anos todos no Agrupamento de Escolas.*

Alcides Sarmento, Diretor do Agrupamento de Escolas de Moimenta da Beira

*Num contexto histórico em que escasseiam os líderes que mobilizam as pessoas para valores mais altos, o Paulo constitui uma singularidade. Este justo reconhecimento pela Comissão Editorial da Casa das Ciências é o corolário de uma vida dedicada aos outros e às Ciências. Parabéns Paulo!*

Alberto Sousa , Professor de Ciências Naturais

*Obrigado Professor por ainda continuar nesta luta e pelo impacto que teve e tem na minha vida e na de tantos outros alunos. Este reconhecimento é, sem dúvida, mais do que merecido. Muitos parabéns!*

Duarte Lima, ex-aluno

*“Professor do Ano” é a distinção atribuída anualmente pela Comissão Editorial da Casa das Ciências a um professor em reconhecimento do seu mérito como docente do ensino básico ou secundário e da sua disponibilidade de partilhar a sua experiência com os colegas.*

---

# Sem Amarras

Países conhecidos pela liberdade de que gozam os seus cidadãos colocaram as suas populações em prisão domiciliária. Ao contrário do que é habitual com sentenciados da justiça, dão-lhes licença para sair da prisão à semana, mas confinam-nos ao fim de semana. Impõem recolher obrigatório, algo que não conheciam desde que as bombas da segunda guerra mundial choviam sobre as suas cidades. Apropriadamente, os hospitais trabalham em cenário de guerra, de medicina de catástrofe. A crise social e económica que se anuncia, vai fazer a de 2008 parecer um soluço inconsequente.

A nação mais poderosa do mundo (até ver!) e democracia constitucional mais antiga, foi governada durante 4 anos por um personagem, cuja profundidade de pensamento, valores éticos e motivações, só costumávamos encontrar nos protagonistas dos *reality shows* (onde, de facto, apurou as suas competências). Pior, 71 milhões dos seus concidadãos queriam-no a governar durante mais 4 anos.

É difícil não desesperar!

A história abunda em exemplos de civilizações prósperas e gloriosas, que colapsaram ao fim de séculos de existência, às vezes em tempos muito curtos. Os regimes democráticos ocidentais, cujas origens próximas, com grandes avanços e ainda maiores recuos, encontramos nas revoluções americana e francesa do século XVIII, partilham um conjunto de valores e processos — igualdade dos cidadãos perante a lei, separação de poderes, uma pessoa um voto, eleições livres, direitos humanos, obrigação de proteção dos mais vulneráveis, liberdade de expressão, liberdade religiosa, direito de privacidade, etc. — que, ainda que muito imperfeitamente realizados, ou mesmo professados com enorme hipocrisia por tantos grupos e mesmo por nações, norteiam os nossos juízos de valor e tornam possível debater ideias, confrontar projetos políticos distintos, e conviver com a diversidade. Na realidade estes valores não foram criados por estas democracias, mas brotaram de concepções da Humanidade, da pessoa singular e do seu papel no mundo professadas (mas nem sempre praticadas) pelas grandes confissões religiosas do mundo. No que nos tornaremos se perdermos estes valores de referência? O que fizemos, que caminhos seguimos, para vermos números crescentes dos nossos concidadãos, descrentes, desiludidos, ou até antagonizados a este substrato comum da democracia liberal? Ao fim e ao cabo, este vírus não veio mostrar que ou vencemos juntos ou somos todos derrotados?

Por isso, quando vi a fotografia do astronauta Bruce MacCandless II, a voar sem

amarras, a 100 metros do Vaivém Challenger, 300 km acima da superfície da Terra (<https://www.casadasciencias.org/imagem/9572>), pareceu-me que estava a olhar para mim, a olhar para todos nós, a dizer:

“Libertem-se, venham voar, venham sonhar comigo. Vejam o líndíssimo planeta que habitam, que merece melhor de todos nós. Cortem as amarras que vos prendem ao preconceito, ao privilégio, ao egoísmo, para poderem ser solidariamente livres”.

João Lopes dos Santos

Editor Convidado



---

# Desmond Bernal

Raquel Gonçalves-Maia

DQB/ Universidade de Lisboa

**John Desmond Bernal (1901–1971), físico e químico britânico, foi o cientista mais erudito do seu tempo. Chamavam-lhe *Sage*. Investigou a estrutura da grafite e da água, sólida e líquida. A ele se devem as primeiras conceções, planeamentos e ações no domínio da biologia molecular e/ou estrutural. Ofereceu-nos a primeira resolução tridimensional da estrutura de uma proteína, de esteróis, de hormonas sexuais, da vitamina D2, do vírus do mosaico do tabaco. Interrogou a função social da ciência, a sua história, a origem da vida. O êxito do Dia D – 6 de junho de 1944 – muito deve a Desmond Bernal.**

Samuel George Bernal, irlandês, casou com a norte-americana Elizabeth Miller, de esmerada educação. Viviam em quinta própria em Brookwatson, Irlanda. John Desmond foi o primeiro filho do casal. Seguiram-se Kevin O'Carrol (n. 1903), Geraldine (n. 1906), Fiona (n. 1908; não sobreviveu) e Godfrey (n. 1910). Desmond era extremamente precoce, com uma memória prodigiosa. Frequentou a escola diocesana local e, pelos 10 anos, seguiu com o irmão Kevin para *Hodder Place*, a escola preparatória jesuíta de Stonyhurst, Lancashire, Inglaterra. Em 1914, os irmãos mudaram-se para *Bedford School*, escola protestante pública situada na *English Midlands*.

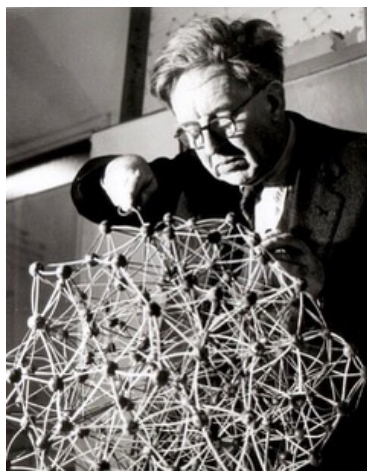


FIGURA 1. Desmond Bernal construindo a estrutura "aleatória" de um líquido.

Em 1918/19, tempo de Grande Guerra, Desmond queda-se por Dublin. Sozinho, num quarto de hotel, apenas com a visita diária de um tutor por uma hora, estuda para a admissão na Universidade de Cambridge. Os exames coincidem com a morte do pai, mas os resultados falam por si: uma bolsa de estudos para o *Emmanuel College* da Universidade de Cambridge. Cambridge foi o *turning point*, o seu pensamento alimenta-se de ciência, mas também de política, de economia, de filosofia... Ganha o cognome de *Sage*.

Tendo obtido o seu grau universitário, Bernal vai integrar o Laboratório Davy-Faraday da *Royal Institution*, em Londres, sob a direção de William Bragg (1862-1942), como seu assistente de investigação. Utilizando cristalografia de difração de raios X, decifrou a célula unitária e a controversa estrutura da grafite e relacionou estrutura e propriedades metálicas, térmicas e elétricas. Para tal, Bernal inovou a instrumentação e construiu as *Bernal charts* para simplificação dos cálculos. Em 1927, Desmond Bernal retorna a Cambridge. Com o posto de *first lecturer*, cria a sua própria escola de investigação e de investigadores no Laboratório Cavendish.

Nos anos 30, as investigações de Desmond Bernal vão derivar para as moléculas da vida. Estudou a água e a estrutura dos cristais de gelo que justificam as suas propriedades "anómalas". Depois, enfrentou a estrutura da hormona sexual estradiol (FIGURA 2A) e da vitamina D2, o ergocalciferol (FIGURA 2B)) - e de outros esteróis e seus derivados, colesterol, ergosterol. Para Bernal, estruturas de hormonas e de vitaminas eram peças de um puzzle que permitiriam a solução dos problemas químico-biológicos fundamentais. Em simultâneo, estudou cristais de pepsina, o enzima proteico produzido no estômago. Propôs a sua estrutura 3D, esferoide achatada nos polos. Trabalho gigantesco, um *big-bang* na época. A sua principal colaboradora foi Dorothy Hodgkin (1910-1994) que, tal como ele, possuía uma capacidade de visionamento tridimensional extraordinária.

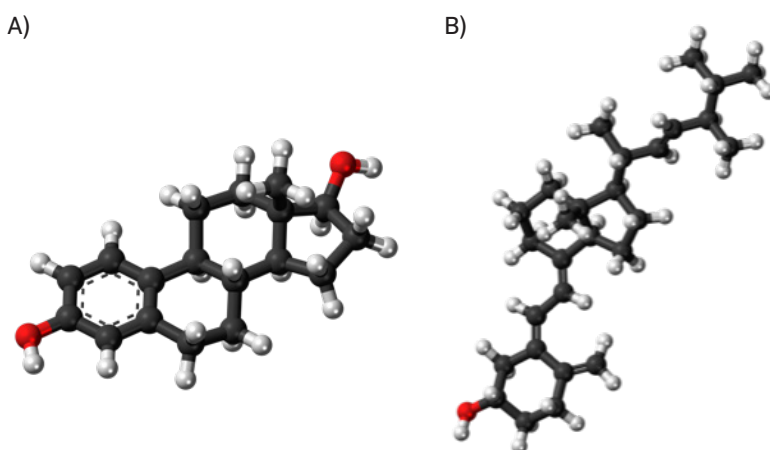


FIGURA 2. A) Estradiol (Hormona sexual). B) Ergocalciferol (Vitamina D2).

O desafio seguinte para Bernal consistiu no desvendar da estrutura do TMV, *Tobacco Mosaic Virus*. O TMV é o agente infeccioso responsável por grandes prejuízos nas colheitas da planta do tabaco; muito estável, tornou-se um modelo em relação a todos os vírus, e até à própria vida. Só em 1950, a natureza do vírus ficou plenamente decifrada. Com a colaboração de Isidor Fankuchen (1904-1964), Bernal concluiu que o vírus dispunha de um arranjo espiralado, um empacotamento caracteristicamente proteico, com um tubo oco central, em cuja borda serpenteava o ácido ribonucleico, RNA. A substância ativa do TMN não era só proteína, nem só ácido nucleico. Assim é a vida.

Em 1937, Desmond Bernal aceita a cátedra de física no *Birkbeck College* da Universidade de Londres. Concebe um centro biomolecular, multidisciplinar, com ênfase no estudo de proteínas. Em 1948, foi inaugurado o *Biomolecular Research Laboratory* em *Torrington Square*. A reputação do *Sage* atraiu grandes cientistas, Rosalind Franklin (1920-1958) e Aaron Klug (1926-2018), entre eles. Pelo meio, o interregno da Segunda Guerra Mundial e seus estragos.

Conselheiro científico de Lord Louis Mountbatten, chefe das Operações Combinadas dos Aliados, o sucesso da Operação *Overlord*, iniciada com o desembarque das tropas na Normandia, muito deve a Desmond Bernal. Bernal foi fundamental na escolha do local, dia e hora do Dia D, através do mapeamento da costa e informações sobre movimento das ondas e duração das marés. Muito mais terá feito Desmond Bernal pelo esforço de guerra – “gostava de lhes poder dizer, mas não posso”, responderia ele.

Desmond Bernal tinha 21 anos quando casou com Agnes Eileen Sprague. Eileen deu à luz dois rapazes, Michael (n. 1926) e Egan (n. 1930). Bernal teve mais dois filhos: Martin (n. 1937) de Margaret Gardiner, e Susanna Jane (n. 1953) de Margot Heinemann. Martin foi historiador e Jane médica psiquiatra. Bernal viveu o amor livre, defendeu o socialismo, pugnou pela Paz. Era um inspirador e um eloquente gerador de ideias. Publicou vários livros que atestam o seu pensamento: *The Social Function of Science* (1939), *Science in History* (1954), verdadeiro tratado sociológico da ciência, e *The Origin of Life* (1967), entre outros. Na década de 60 sofreu vários acidentes vasculares cerebrais que progressivamente o debilitaram. Faleceu em setembro de 1971.

Bernal foi eleito *Fellow* da *Royal Society* (1937), recebeu a *Royal Medal* (1945), o *Stalin Peace Prize* (1953) e a *Grotius Gold Medal* (1959). O cientista e escritor C.P. Snow, na sua novela *The Search*, construiu a personagem central, Constantine, à imagem de Bernal.

“Era infinitamente curioso”, escreveu Jane Bernal. “O cientista mais brilhante que alguma vez conheci”, escreveu Linus Pauling.

---

# Alterações climáticas e o Sistema Terrestre

Orfeu Bertolami, Frederico Francisco

DFA/ Universidade do Porto

Segundo o “Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas” (IPCC), criado em 1988 sob a chancela da Organização Meteorológica Mundial e do Programa das Nações Unidas para o Meio Ambiente, mudança ou alteração climática é uma variação a longo prazo, à escala da vida humana, estatisticamente significativa, dos parâmetros climáticos (temperatura, precipitação, ventos, nebulosidade e outros fenómenos climáticos) relativamente às médias históricas. Assim, entende-se que as alterações climáticas se referem à variação do clima à escala global, ou dos climas regionais da Terra durante um período que pode ir de décadas a milhões de anos.

Há um consenso científico generalizado de que as alterações climáticas observadas atualmente são devidas, direta ou indiretamente, à atividade humana que, desde o início da industrialização, começou a alterar significativamente a composição da atmosfera e a ocupação e utilização da superfície do planeta.

Há, no entanto, que salientar que o clima da Terra sempre sofreu alterações ao longo do tempo devido a causas naturais, sejam elas internas à Terra (vulcanismo, deriva dos continentes, movimentação de placas tectónicas, formação de montanhas, etc.) ou de origem astronómica (ciclos solares, variação dos parâmetros orbitais, impacto de meteoritos, etc.).

## O Efeito de Estufa

Em termos médios, a temperatura da Terra depende do balanço entre a energia que a Terra recebe do Sol e aquela que emite de volta para o espaço. Existem alguns gases que, estando presentes na atmosfera, absorvem a radiação infravermelha proveniente do Sol

e, sobretudo, a emitida pela superfície da Terra, e a voltam a emitir em todas as direções, contribuindo para que parte dessa energia seja absorvida pela superfície da Terra, em vez de ser refletida para o espaço. Esses gases são conhecidos como gases de efeito de estufa e incluem o vapor de água ( $H_2O$ ), dióxido de carbono ( $CO_2$ ), metano ( $CH_4$ ), óxido nitroso ( $N_2O$ ) e ozono ( $O_3$ ), CFCs e outros. A presença natural destes gases, mesmo antes da Revolução Industrial, contribui para que a Terra tenha uma temperatura que permite a existência de água líquida à superfície. Caso contrário, a Terra seria cerca de  $33^\circ C$  mais fria do que a média pré-industrial. A existência do efeito de estufa é conhecida, pelo menos, desde que foi proposta pelo físico e matemático francês Joseph Fourier, em 1824.

Com a Revolução Industrial, as sociedades humanas começaram a queimar grandes quantidades de combustíveis fósseis que se encontram armazenados nos depósitos minerais. Começando com o carvão no século XVIII e XIX, o petróleo generalizou-se a partir do início do século XX e o gás natural na segunda metade desse século. Além das implicações geopolíticas que a centralidade destes combustíveis trouxe, a sua utilização em quantidades cada vez maiores levou à libertação para a atmosfera de grandes quantidades de gases de efeito de estufa, principalmente, de  $CO_2$ . Em 2013, a concentração de  $CO_2$  na atmosfera ultrapassou pela primeira vez desde que há registos as 400 partes por milhão (ppm) em volume, que compara com 270 ppm em média no período pré-industrial. Atualmente a concentração de  $CO_2$  é de 410 ppm em volume. De acordo com os dados que é possível obter dos furos de gelo e de outras formas de medição indireta, a concentração de  $CO_2$  na atmosfera da Terra é agora muito mais elevada do que em qualquer outro momento nos últimos 800 000 anos (FIGURA 1). Os dados dos furos de gelo também permitem confirmar com grande rigor a forma como a temperatura média global acompanha a concentração de  $CO_2$  na atmosfera terrestre, sendo este o principal gás de efeito de estufa a seguir ao vapor de água (que tem um efeito de *feedback*).

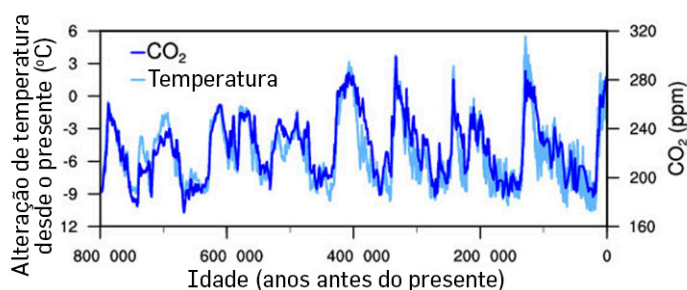


FIGURA 1. Variação da temperatura (azul claro) e da concentração de dióxido de carbono (azul escuro) medidos a partir do furo de gelo "EPICA Dome C", na Antártida.

Sendo o mais importante, o efeito de estufa não é o único mecanismo através do qual os humanos estão a alterar o clima do planeta. A intensificação da utilização do solo, com a

desflorestação massiça, ou a libertação de partículas e aerossóis são outros fatores que provocam alterações climáticas e se combinam para que, em pouco mais de um século, se tenha aquecido o planeta em média em 1°C (FIGURA 2).

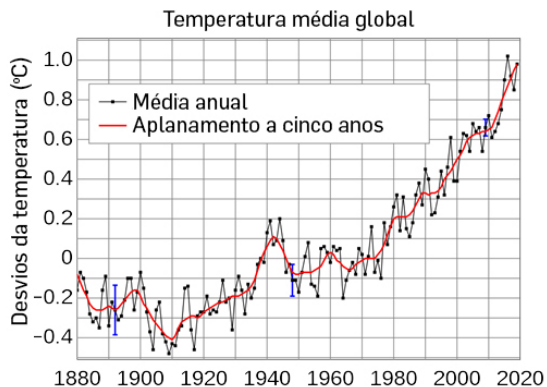


FIGURA 2. Evolução da temperatura média global entre 1880 e 2020, com média móvel de 5 anos (linha vermelha).

### O Sistema Terrestre: um Sistema Dinâmico Complexo

O aumento da concentração de gases de efeito de estufa na atmosfera desencadeia, também, um conjunto de reações à escala global que provocam alterações em todos os sistemas físicos, químicos e biológicos do planeta.

Um exemplo importante é o efeito que o aumento de concentração de  $\text{CO}_2$  tem nos oceanos. A concentração de  $\text{CO}_2$  na água do mar encontra-se em equilíbrio com a da atmosfera. Se a concentração atmosférica deste gás aumentar, uma percentagem significativa desse aumento é absorvida pelos oceanos. Por sua vez, isto altera os equilíbrios químicos da própria água do mar e torna-a mais ácida. A acidificação dos oceanos, se por um lado amortece o aumento dos gases de efeito de estufa na atmosfera, tem consequências muito negativas para a vida que os mares suportam. A este efeito acresce o aumento de temperatura da própria água do mar.

O aumento da temperatura também interfere nos ciclos das chuvas, provoca a fusão das calotes polares, modificando ecossistemas e reduzindo a refletividade da Terra (albedo), altera as correntes marinhas e a estratificação da coluna de água no mar, derrete os solos congelados (*permafrost*), aumenta o nível de humidade no ar, reduz a humidade do solo, modifica balanços energéticos e ciclos bioquímicos, intensifica fenómenos meteorológicos extremos e introduz várias outras modificações que interagem entre si, amplificando alguns dos efeitos e desencadeando novas causas. Todas estas mudanças no ambiente físico introduzem desequilíbrios progressivos na biologia e na relação entre as espécies de seres vivos, podendo, por exemplo, expor as populações a agentes patogénicos com os quais não teriam contacto de outra forma.

Acresce ainda que muitos dos mecanismos conhecidos têm ciclos de retroação (*feedback*

*loops*). Por exemplo, a fusão dos solos congelados na Sibéria e noutras regiões circumpolares poderá provocar a libertação de grandes quantidades de metano ( $\text{CH}_4$ ) que se encontra retido no gelo. O metano é um gás de efeito de estufa bastante mais eficaz do que o  $\text{CO}_2$ . Atualmente a concentração de metano é cerca de duzentas vezes menor que a concentração de  $\text{CO}_2$ .

A grande maioria dos seres vivos não será capaz de evoluir modificando a sua biologia a tempo de acompanhar a mudança dos sistemas físicos onde vive, dando origem a uma extinção em massa que, tudo indica, já está em curso.

Mantendo-se o ritmo das mudanças observadas, estas aprofundar-se-ão significativamente e provocarão grandes perturbações no funcionamento das sociedades humanas. Muitas cidades costeiras serão inundadas, regiões húmidas e com neve abundante poderão tornar-se mais quentes e secas, os leitos de alguns rios e lagos poderão secar; as secas aumentarão prejudicando as colheitas, as reservas de água potável para consumo, higiene, agricultura e produção de alimentos poderão diminuir; poderá ocorrer a extinção de muitas espécies animais e vegetais; certos fenómenos climáticos extremos, como furacões, tornados e outras tempestades, determinados por alterações de temperatura e no mecanismo de evaporação da água, poderão tornar-se mais frequentes.

Pode-se facilmente imaginar a repercussão catastrófica de um cenário desta natureza e, com tais consequências, sobre a espécie humana e as sociedades. A nível social, a repercussão já é visível na economia, na política, na saúde, no abastecimento e na segurança social, entre outras áreas. Não é provável que qualquer área da sociedade ou qualquer região do planeta venha a ser poupada a significativas dificuldades, se as tendências permanecerem inalteradas, muito embora a distribuição dos impactos possa ser muito assimétrica, sendo expectável um maior impacto em geografias mais vulneráveis, acentuando, e criando novas desigualdades sociais.

### **A Emergência do Antropocénico**

Por todas as razões enunciadas, faz sentido enquadrar o estudo das alterações climáticas numa abordagem que considere como objeto de análise o Sistema Terrestre, o sistema resultante da integração e das relações recíprocas associadas à Atmosfera, à Biosfera, à Criosfera, à Hidrosfera, à Litosfera Superior. Neste contexto, é possível verificar que as alterações causadas pelo homem relativamente às condições de referência dos últimos 11700 anos, a época geológica conhecida como o Holocénico, sugerem uma nova época geológica emergente: o Antropocénico.

Por outro lado, a importância destas transformações e das suas implicações em todas as esferas da atividade humana, impulsionou a emergência de uma nova ciência, a Ciência do Sistema Terrestre, e o surgimento de modelos físicos para o descrever, que permitam desenhar estratégias para sua gestão e regulação, e onde se constata a necessidade de construir comunidades resilientes.

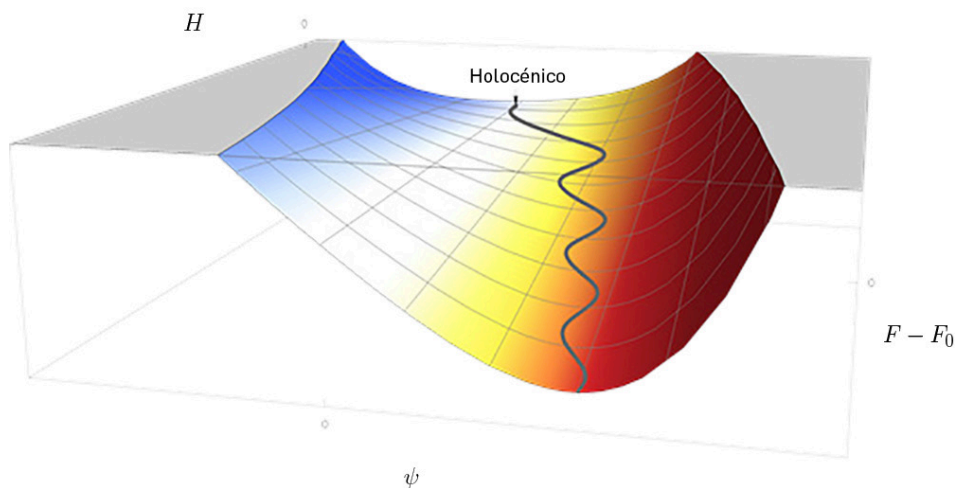


FIGURA 3. Diagrama de estabilidade do Sistema Terrestre e a sua trajetória das condições estáveis do Holocénico para um novo equilíbrio onde a temperatura média é necessariamente mais elevada. Neste diagrama,  $F$ , representa a energia livre,  $H$ , a atividade humana,  $\psi$ , a diferença de temperatura com relação a temperatura média no Holocénico.

Os modelos do Sistema Terrestre sugerem que a ação humana pode deslocar irreversivelmente o ponto de equilíbrio desse sistema para uma região de onde será muito difícil retroceder (FIGURA 3).

As questões associadas às alterações climáticas têm um impacto tão vasto sobre o funcionamento das sociedades humanas e a forma como nos relacionamos com outros seres vivos, que a participação de outras vertentes do conhecimento, muito particularmente, a filosofia e as ciências sociais, se torna indispensável.



---

# Inteligência Artificial

## Riscos e promessas

João Vinagre, Nuno Moniz

LIAAD/ INESC TEC/ Universidade do Porto

A “revolução tecnológica” da Inteligência Artificial está em curso e, nos últimos anos, técnicos especialistas, decisores políticos, comunicação social e opinião pública têm acalentado o debate sobre onde nos poderá levar. No entanto, esse debate peca por, recorrentemente, partir de premissas falsas, ou, pelo menos, de pressupostos improváveis. O problema no entendimento e discussão do que é a Inteligência Artificial, o seu estado atual e a perspetiva de futuro tem várias origens, para o qual concorre o imaginário de obras de ficção e do *marketing*, exercícios de futurismo e aproveitamento comercial ou político, assim como da falta de informação geral sobre o tema. Frequentemente, são apresentados cenários altamente improváveis, e até mesmo fantasiosos, sobre a evolução da Inteligência Artificial que, percecionados como verdadeiros ou prováveis, constroem uma narrativa e entendimento do tema falaciosos. Pretendemos, com este artigo, abordar o tema da Inteligência Artificial, contribuindo para uma discussão profícua em torno do seu potencial, da sua atualidade e do seu futuro, assim como dos seus riscos.

### O problema da definição

Em 1950, Alan Turing, o criador do modelo matemático em que assentam todos os dispositivos computacionais atuais, publicou um artigo que partia da seguinte questão: “Podem as máquinas pensar?”. Logo no primeiro parágrafo, Turing coloca o problema: para podermos responder à questão sobre se as máquinas pensam, temos primeiro que definir os conceitos de “máquina” e de “pensar”, o que não é fácil. Assim, e de forma a contornar o problema da definição conceptual, Turing substitui a sua questão por um jogo, o “Jogo da Imitação”. O objetivo é o de uma máquina tornar-se indistinguível de um ser humano numa sequência de perguntas e respostas (por escrito). Caso o avaliador humano não seja capaz de afirmar se está a conversar com uma máquina, poder-se-ia deduzir que a máquina é

uma entidade inteligente.

O problema na definição do que é Inteligência Artificial (IA) é precisamente o mesmo, vindo, desde logo, da definição individual dos dois conceitos que a compõem: “inteligência” e “artificial”. Estas definições não são consensuais, e variam razoavelmente conforme a área de estudo, e mesmo dentro da mesma área de estudo. Por exemplo, Stephen Hawking definiu inteligência como “a capacidade de adaptação à mudança”. Mas sem uma contextualização mais rigorosa, havendo plantas e microorganismos que se adaptam com sucesso a mudanças nunca experienciadas por eles, será que os podemos considerar inteligentes? O mesmo acontece com o conceito de “artificial”. Tipicamente, pensamos que algo é artificial se é fabricado pelo ser humano e não pode ser produzido exclusivamente por processos naturais, sem intervenção humana. Ainda assim, é debatível se a ovelha Dolly foi natural ou artificial, uma vez que, por um lado, foi clonada por humanos a partir de uma ovelha “natural”, por outro, não apresenta quaisquer diferenças intrínsecas relativamente a ovelhas “naturais”. Com isto queremos deixar claro que, logo à partida, no que diz respeito à própria definição do significado de IA, existe uma grande discussão sobre como definir inteligência e artificialidade; mais importante para este artigo, existem múltiplas zonas cinzentas, o que torna extremamente complicado uma definição popular (no sentido do público em geral). Para ilustrar esta questão, mencionamos o trabalho da *AGI Sentinel Initiative*, que fez um levantamento de definições existentes de IA e Inteligência Humana.

Mas, voltando à questão de Turing, será que podemos “fugir” à questão semântica com um jogo? Talvez, mas não com o mesmo jogo. Na verdade, o que o Jogo da Imitação permite avaliar é se uma máquina consegue simular as respostas de um ser humano, ou seja, se o consegue imitar. No entanto, na maioria das aplicações atuais de IA, este pressuposto não é aplicável. O que se pretende com a IA é complementar ou, no máximo, aumentar a inteligência (ou capacidade) humana, e não substituí-la. Se de um ponto de vista filosófico a comparação da IA à Inteligência Humana é muito interessante, para a finalidade deste artigo, o jogo de Turing não é muito útil. Assim, cientes de que, pelas razões acima, qualquer definição de IA é debatível, e que o seu estudo inclui também a procura da sua definição, neste artigo adotamos uma definição tradicional: IA é a capacidade de máquinas, isoladamente ou em conjunto, e com o mínimo de intervenção humana, planearem e executarem tarefas num vasto número de ambientes/problemas.

Com uma postura crítica - a que a pertença aos esforços de estudo do próprio tema permite - neste artigo propomos fazer uma análise sobre o conceito e as capacidades de IA, olhando para a sua atualidade, os seus riscos, e o futuro próximo. Em cada uma destas partes, não nos propomos a enumerar extensiva ou pormenorizadamente cada dimensão do estudo de IA. O que propomos é a análise de um conjunto de tópicos que reúnem alargado interesse em termos de investigação atual e que, na nossa opinião, poderão ser cruciais para o desenvolvimento da IA. Neste sentido, o nosso objetivo é possibilitar uma

intervenção mais alargada sobre este tema, ao potenciar a interseção da experiência e conhecimento de múltiplos domínios científicos nesta discussão.

### **Atualidade: Aprendizagem automática não é um canivete Suíço**

Com a proposta do Jogo da Imitação, Turing foi dos primeiros a colocar a possibilidade das máquinas poderem aprender, algo que até então só era visto como possível aos seres humanos e a alguns animais. E a essa proposta podemos ligar os avanços mais recentes da IA, sendo que neste artigo focamo-nos na área de Aprendizagem Automática (ML, do inglês *Machine Learning*). Esta área alterou a forma como utilizamos os sistemas computacionais. No paradigma computacional tradicional, o que tipicamente queremos fazer é dar ao computador um programa (um encadeamento de funções ou regras de processamento) e dados de *input*. O computador irá correr o programa, processando o *input* e produzindo um *output*. Essencialmente, criamos processos cujo funcionamento é definido por nós, ou recriamos processos cujo funcionamento conhecemos bem. No paradigma de ML, o que pretendemos fazer é modelar processos que podemos observar, mas que são demasiado complexos para os conseguirmos recriar, de forma fidedigna, com um programa. O que damos ao computador é um conjunto, normalmente muito grande, de dados de *input* e *output* que observamos nesses processos. Damos também um algoritmo que analisa estes dados e “aprende” um modelo, que não é mais do que o encadeamento de regras e funções que transformam o *input* no *output* de forma muito semelhante ao processo que observámos. A questão que se poderá colocar imediatamente é: para que serve isto? A resposta é que passamos a ter a hipótese de modelar computacionalmente fenómenos potencialmente muito complexos, desde que sejam observáveis. Com modelos obtidos desta forma, podemos prever o estado do tempo com grande exatidão, melhorar processos industriais ou modelar organismos vivos e inteligentes, podendo prever, por exemplo, os efeitos de medicamentos ou obter uma sugestão de que filme ver hoje à noite sem necessidade de o escolher entre centenas num catálogo.

Com o crescente conhecimento e capacidade dos métodos de ML, surge também uma corrente de expectativas em relação ao que (no geral) a IA poderá alcançar. Tais expectativas são alimentadas de uma maneira constante e mediatizada, principalmente através de operações de *marketing* comercial e de comunicação das indústrias que adotam ou desenvolvem ferramentas nesta área. Naturalmente, a componente mediática de tal comunicação leva, invariavelmente, a algum exagero de competências da IA e dos sistemas computacionais nos dias de hoje. Esta crítica não é, de maneira nenhuma, nova, contando com descrições pormenorizadas de como a “corrida ao ouro” da IA levou a subprodutos com sérias implicações para terceiros (humanos), ou como o ciclo silencioso de proposta, adoção, discrepância entre *performance* laboratorial e real, e (por fim) descarteamento, opera.

Queremos, no entanto, referir-nos a um episódio específico. Este é uma importante de-

monstração, porque revela os dois lados da mesma moeda do jogo mediático à volta dos desenvolvimentos e capacidades da IA. Em Setembro de 2020 foi publicado um texto no jornal *The Guardian*, redigido (alegadamente) por um modelo de Processamento de Linguagem Natural - denominado GPT-3 - que dificilmente pode ser distinguido de um texto escrito por um ser humano - sendo, porventura, um candidato a passar no Jogo da Imitação. Porém, e mesmo representando um avanço impressionante no estado da arte, após uma leitura cuidadosa do texto em causa percebemos que este foi, na verdade, escolhido entre vários outros textos produzidos pelo sistema e, posteriormente, editado ainda por jornalistas. Este é um exemplo de como a capacidade da IA de hoje é exacerbada, levando a conclusões infundadas sobre a superioridade desta em relação a humanos em algumas tarefas como a deteção e identificação de objetos em imagens e vídeos.

Como ilustração dos exageros sobre as capacidades da IA nos próximos anos, avançamos a seguir com alguns dos cenários que são frequentemente apontados como possíveis, tentando mostrar por que são irrealistas.

---

# Medicina Personalizada

Bruno Flávio Soares

LabOrders

A Medicina Personalizada (MP), também conhecida como Medicina de Precisão ou Medicina Individualizada é uma área em rápida evolução, que se baseia na utilização de informação biológica única de cada indivíduo (na maioria das situações informação genética), para ajudar a identificar os medicamentos ou procedimentos clínicos mais apropriados a cada pessoa, mais rapidamente e com maior precisão.

A boa prática médica sempre procurou encontrar a melhor resposta para cada doente. Hoje, quando um doente vai a uma consulta, o médico analisa os sintomas que este exhibe, considera a sua história clínica e a da sua família, e, nalguns casos, pede a realização de testes diagnóstico. Após uma ou mais consultas, o médico toma uma decisão, por exemplo, a prescrição de um medicamento, e o tratamento é iniciado.

## O problema

O medicamento prescrito pelo médico na consulta acima foi muito provavelmente desenvolvido com base na chamada estratégia *blockbuster*. Esta consiste na procura de medicamentos de grande consumo, assumindo que todos os doentes com uma determinada condição respondem de forma semelhante a um dado medicamento.

A consequência deste princípio de *one-size-fits-all* ("tamanho único") é a possibilidade de taxas relativamente elevadas de ineficácia nos tratamentos, mesmo para doenças já muito estudadas (FIGURA 1). Por exemplo, para cada 100 doentes a quem é prescrito um antidepressivo (do grupo farmacêutico inibidor seletivo da recaptção da serotonina), 38 não vão responder ao tratamento. Esta taxa de ineficiência varia consoante a área, sendo também próxima de 40% no caso da asma e diabetes, mas chegando aos 75% na área oncológica.

Na prática isto significa que o doente a quem foi prescrito o medicamento na consulta acima tem uma probabilidade relativamente elevada de não apresentar melhorias. O doen-

te terá então que voltar ao médico, que ajusta a dose ou prescreve um outro tipo de medicamento. Este processo de “tentativa e erro” é repetido, até eventualmente ser encontrada uma solução adequada. Para além do custo associado a este processo, o tempo envolvido tem consequências muito sérias para a saúde do doente, em particular quando estiverem em causa doenças graves e de evolução rápida, como, por exemplo, as oncológicas.

Para além desta ausência de melhorias, existe uma possibilidade ainda mais séria: o doente pode reagir de forma adversa ao medicamento que lhe foi prescrito. Estima-se que aproximadamente 1 em 15 admissões hospitalares estão ligadas a reações adversas a medicamentos.

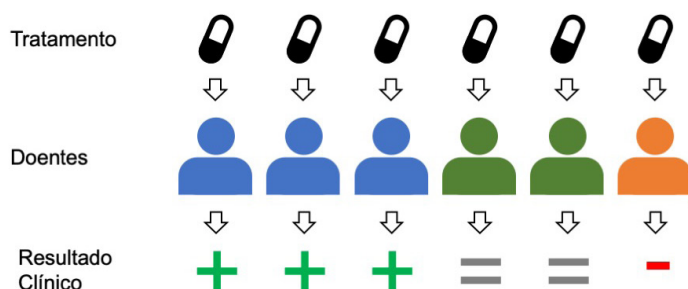


FIGURA 1. Prática clínica clássica – O mesmo tratamento é prescrito a todos os doentes. Alguns melhoram o estado de saúde, outros mantêm e alguns pioram.

### A ligação genética

Esta variação na resposta aos medicamentos resulta do facto de sermos todos diferentes. A base da nossa variedade é o nosso genoma, o conjunto de toda a informação genética contida na sequência de cerca de 3 mil milhões de bases azotadas do ADN humano. Sendo todos humanos, partilhamos, claro, muitas dessas sequências, mas existem também muitas diferenças. São estas sequências de bases, uma única em cada um de nós, que vão ser transcritas e usadas nos processos celulares de produção de proteínas e, em particular, das enzimas essenciais para o funcionamento do nosso organismo. Por exemplo, as enzimas pertencentes a uma família conhecida por Citocromo P450 (CYP450) são responsáveis pela absorção, distribuição, metabolização e excreção de uma grande parte dos medicamentos atualmente disponíveis. Conhecem-se aproximadamente 60 genes envolvidos na produção destas enzimas no ser humano. A alteração de uma ou mais bases nesses genes pode levar à modificação da estrutura de uma enzima ou à alteração da quantidade em que é produzida. Estas mudanças a nível celular podem significar que para algumas pessoas o medicamento seja, por exemplo, mais rapidamente excretado (e não seja por isso eficaz) ou que fique muito mais tempo do que o desejado no organismo, aumentando a possibilidade de efeitos adversos.

## A promessa

Voltemos à consulta que descrevemos no início deste artigo, mas desta vez, vamos assumir que estamos neste novo mundo, em que o médico tem acesso de forma fácil à informação genética do doente. Por exemplo, o doente pode ter sido sequenciado à nascença ou o médico pode ter pedido essa análise como parte do processo clínico em curso. Neste caso, ao tomar a primeira decisão de prescrição, o médico pode imediatamente considerar a composição genética do indivíduo e evitar o processo de “tentativa e erro” anterior. Desta forma, o medicamento ou a dose adequada para cada um dos seus doentes será mais rapidamente identificado, contribuindo não só para uma melhoria mais rápida, mas evitando também os efeitos secundários graves que poderiam ocorrer.

Uma das primeiras aplicações práticas deste princípio foi na prescrição da Varfarina, um medicamento para reduzir a formação de coágulos sanguíneos e prevenir trombozes. Alterações numa enzima que metaboliza este fármaco (CYP2C9) e numa enzima associada à ativação da vitamina K (VKORC1) dificultam a determinação da dose correta para cada pessoa. O risco de uma dose não adequada é que a formação de coágulos não seja reduzida ou, no outro extremo, que ocorram hemorragias excessivas. Embora ainda haja alguma discussão, a autoridade reguladora americana (*Food and Drug Administration*, FDA) recomenda que, hoje, a informação genética seja considerada na decisão da dose para todos os doentes a quem é prescrita a Varfarina.

Na oncologia, o tratamento guiado pela informação molecular é também cada vez mais comum e tem melhorado os resultados clínicos e diminuído a taxa de reincidência. Nalguns casos, o código genético do tumor é comparado com o do tecido normal, permitindo identificar possíveis mutações que possam ser alvo de medicamentos específicos. Exemplos são para o melanoma, alterações no gene BRAF e para alguns tipos de cancro do pulmão alterações nos genes ALK e EGFR.

Embora neste artigo o foco tenha sido a prescrição de medicamentos, a aplicabilidade da informação genética é muito mais alargada. Uma das ideias com maior potencial é a alteração do foco clínico da reação a doenças em estados avançados, para a prevenção ou deteção precoce. Por exemplo, mulheres com determinadas alterações nos genes BRCA1 ou BRCA2 podem ter até 85% de probabilidade de desenvolver cancro da mama durante a vida. A média para a população feminina em geral é de 13%. A deteção precoce destas alterações permite a tomada de medidas preventivas como a realização mais frequente de mamografias ou mesmo uma intervenção cirúrgica profilática.

## Os desafios

Temos ainda muito trabalho pela frente para alcançarmos todo o potencial da Medicina Personalizada. Na base destes avanços estará sempre a compreensão da ligação entre a informação genómica e as suas consequências clínicas, e é fundamental continuarmos a

investir na aquisição deste conhecimento, e, em particular, na validação clínica dos resultados da investigação mais fundamental.

Para as empresas farmacêuticas, a medicina personalizada implica também um repensar dos seus processos base de desenvolvimento e produção de medicamentos. É tecnológica e economicamente muito diferente produzir um medicamento e distribuí-lo para um número elevado de pessoas, de produzir lotes mais pequenos e mais direcionados.

A complexidade da informação genética e a velocidade crescente em que novo conhecimento clínico está a ser obtido, tornam necessário encontrar formas de transmitir eficientemente esta informação aos profissionais de saúde e de apoiá-los na comunicação com os seus utentes. Este aspeto é particularmente crítico, pois, com a Medicina Personalizada, a informação genética deixa de ser usada apenas pelos seus especialistas, os médicos geneticistas, e passa a ser cada vez mais importante em todas as áreas da prática clínica.

Por fim, como em todos os avanços importantes na História da Humanidade, existem importantes questões éticas e sociais que devem ser discutidas por todos, para que possamos aplicar este novo conhecimento de uma forma adequada. Exemplos destes desafios envolvem o controlo apropriado e segurança da informação genética individual, o negar ou não o acesso à informação para certas condições ou idades, a regulação das seguradoras e o seu acesso a informação sensível, mas também o garantir que toda a população consegue ter acesso a este novo paradigma da saúde, e que essa mudança ocorra de forma sustentável.

### O Caminho

Face à escala e variedade dos desafios que precisamos de superar para alcançar a promessa da Medicina Personalizada, governos um pouco por todo o mundo têm lançado vários programas para incentivar os passos iniciais desse caminho. Na sequência de uma iniciativa da Comissão Europeia foi criado o *International Consortium for Personalised Medicine* (ICPerMed) que engloba mais de 40 países. Nos Estados Unidos foi criada a *The Precision Medicine Initiative*, enquanto que no Reino Unido, o governo lançou, em articulação com o sistema nacional de saúde, o *The 100,000 Genomes Project*. Estes projetos têm como objetivo não só continuar a aumentar o conhecimento sobre a relação da informação genética e as consequências para a saúde humana, mas também procurar formas de ultrapassar os desafios regulatórios e económicos. Incluem também um importante esforço na comunicação e discussão destas mudanças com os profissionais de saúde e restante população.

Por esse motivo, estes projetos são bons pontos de partida para os leitores interessados em conhecer mais sobre esta mudança em curso e que promete mudar para melhor a forma como os cuidados de saúde serão prestados no Futuro, tornando-os cada vez mais individualizados e eficientes.



---

# A Geometria da Regressão Linear

Carlos Gomes

Escola Secundária de Amarante

A regressão linear é um tema normalmente explorado (nas escolas) com recurso a uma calculadora científica gráfica ou software da moda (*GeoGebra* ou *Desmos*, por exemplo), ficando os estudantes com a tarefa aborrecida de introduzir números em listas e obter como recompensa uma equação que utilizam para fazer previsões num dado contexto. O que aqui se trata é de mostrar o grande valor didático deste problema, mobilizando conhecimentos que os alunos detêm para aclarar, do ponto de vista geométrico, o que está em causa em todo este processo que decorre nos “bastidores” da tecnologia.

## A geometria do problema

O problema que consiste na determinação da reta que melhor se ajusta a uma dada nuvem de  $n$  pontos  $(x_i, y_i)$  é tradicionalmente tratado como o problema de encontrar os parâmetros  $a$  e  $b$  da equação  $y = ax + b$  que minimizam a soma  $S = \sum_{i=1}^n d_i^2$ , em que os  $d_i$  são as diferenças entre os valores observados e os valores do modelo, isto é,  $d_i = y_i - ax - b$ .

Sejam  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  os dados observados (nuvem de pontos na FIGURA 1). Para a determinação do parâmetro  $a$  (declive da reta), seria “simpático” que a nuvem tivesse o seu centro de massa na origem do referencial, isto é, no ponto de coordenadas  $(0; 0)$ . Isto porque libertar-nos-íamos do parâmetro  $b$  da equação da reta, o que parece reduzir a dificuldade do problema, pois, nestas condições, o modelo associado à reta de regressão seria  $y = ax$ . Para fazer com que o centro de massa da nuvem se desloque para a origem, é suficiente efetuarmos uma translação de toda a nuvem de pontos segundo o vetor  $(-\bar{x}, -\bar{y})$ , ou seja, basta subtrairmos o centro de massa  $(\bar{x}, \bar{y})$  a todos os pontos da nuvem. Obtém-se assim uma nova nuvem de pontos da forma  $(x_i - \bar{x}, y_i - \bar{y})$  cujo centro de massa é  $(0; 0)$ .

Fazendo  $x_i - \bar{x} = \tilde{x}_i$  e  $y_i - \bar{y} = \tilde{y}_i$ , a nuvem sobre a qual o trabalho prossegue será

$(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i)$ , com  $i = 1, 2, \dots, n$ , cuja reta de regressão tem o mesmo declive que a reta de regressão da nuvem original, em consequência da translação efetuada.

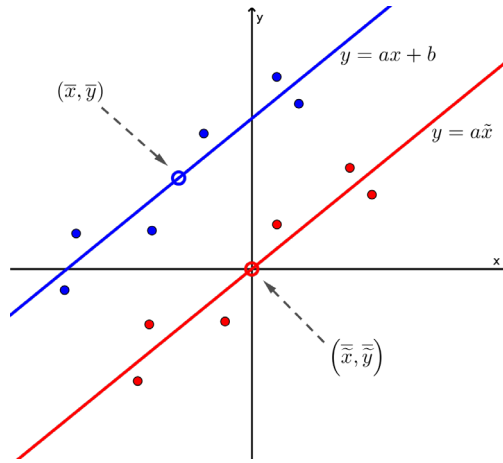


FIGURA 1. Translação da nuvem de pontos.

A nova nuvem é constituída por pontos da forma  $(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i)$  e os pontos da forma  $(\tilde{x}_i, a\tilde{x}_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , são os pontos sobre a reta  $\tilde{y} = a\tilde{x}$ , que coincidiriam com os primeiros caso a correlação fosse perfeita. Os  $n$  vetores  $\vec{u}_i = (\tilde{x}_i, a\tilde{x}_i)$  determinados por estes pontos são colineares. Mas aqui, uma mudança de dimensão vai tornar o trabalho mais simples: em vez de considerarmos estes  $n$  vetores de dimensão 2, utilizamos os dados organizados em vetores de dimensão  $n$ :

$$\vec{i} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n),$$

$$\vec{j} = (a\tilde{x}_1, a\tilde{x}_2, \dots, a\tilde{x}_n),$$

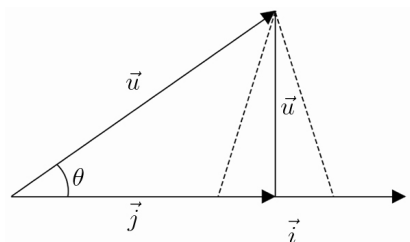
e

$$\vec{u} = (\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_n).$$

Os vetores  $\vec{i}$  e  $\vec{j}$  são colineares:

$$\begin{aligned} \vec{j} &= (a\tilde{x}_1, a\tilde{x}_2, \dots, a\tilde{x}_n) \\ &= a(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n) \\ &= a\vec{i}. \end{aligned} \tag{1}$$

Para além do mais, o escalar  $a$  em (1) é precisamente o declive da reta procurada! Assim, determinar  $a$  será equivalente a determinar (algo sobre)  $\vec{j}$ , agora num espaço de dimensão  $n$ , (veja-se o apêndice da versão eletrónica para clarificação deste ponto).

FIGURA 2. Vetores num espaço de dimensão  $n$ .

Repare-se que  $\vec{u} - \vec{j} = (\tilde{y}_1 - a\tilde{x}_1, \dots, \tilde{y}_n - a\tilde{x}_n)$  não é mais do que o vetor dos resíduos, isto é, o vetor cujas componentes são as diferenças entre os dados observados e os dados teóricos da nova nuvem. Ora, o que se pretende é que a norma (ou distância)  $\|\vec{u} - \vec{j}\|$  seja mínima. Isto só acontecerá se  $\vec{u} - \vec{j}$  for normal a  $\vec{i}$  (como sugere a FIGURA 2). Para que tal aconteça,  $\vec{j}$  tem de ser a projeção de  $\vec{u}$  sobre  $\vec{i}$ . Logo, o produto escalar de  $\vec{u} - \vec{j}$  com  $\vec{i}$  tem de ser nulo, retirando-se desta condição o valor do multiplicador  $a$ , declive da reta de regressão:

$$\begin{aligned}
 & (\vec{u} - \vec{j}) \cdot \vec{i} = 0 \\
 \Leftrightarrow & (\vec{u} - a\vec{i}) \cdot \vec{i} = 0 \quad (\vec{j} = a\vec{i}, \text{ de (1)}) \\
 \Leftrightarrow & \vec{u} \cdot \vec{i} - a\vec{i} \cdot \vec{i} = 0 \\
 \Leftrightarrow & a = \frac{\vec{u} \cdot \vec{i}}{\|\vec{i}\|^2} \quad (\vec{i} \cdot \vec{i} = \|\vec{i}\|^2).
 \end{aligned} \tag{2}$$

Depois de se calcular  $a$  através de (2), a determinação do parâmetro  $b$  é um simples exercício: dado que  $(\bar{x}, \bar{y})$  pertence à reta procurada, ele terá de satisfazer a condição  $y = ax + b$ . Daqui se retira que  $b = \bar{y} - a\bar{x}$ .

---

# A caixa de Bertrand

Carla Santos\*, Cristina Dias<sup>†</sup>

\* Instituto Politécnico de Beja

<sup>†</sup>Instituto Politécnico de Portalegre

**A resolução de problemas que envolvem o cálculo de probabilidades condicionadas, em situações em que a redução do espaço amostral passa despercebida, conduzem, frequentemente, a soluções equivocadas, fruto da reduzida intuição probabilística do ser humano. A “Caixa de Bertrand” é um dos mais famosos problemas em que se manifesta o conflito entre intuição e probabilidades.**

No ensino das probabilidades, o conceito de probabilidade condicionada é introduzido, frequentemente, associado às técnicas formais de contagem, em experiências que consistem em “extrações sem reposição”. Nestas experiências, a noção de probabilidade condicionada e de redução do espaço amostral são bem explícitas, pelo que a resolução de problemas que envolvam situações deste tipo não se reveste de qualquer complexidade. Existem, no entanto, muitos problemas de probabilidades condicionadas em que, sendo mais difícil a visualização da situação, a redução do espaço amostral passa despercebida abrindo caminho para que a reduzida intuição probabilística do ser humano entre em conflito com a noção de probabilidade. Para ilustrar a manifestação deste tipo de equívoco destaca-se muitas vezes um episódio que envolve D’Alembert (1717–1783), um dos mais notáveis intelectuais do séc. XVIII, em que este apresentou uma solução errada a um problema, envolvendo o lançamento de uma moeda duas vezes e em que era questionado “qual a probabilidade de se obter pelo menos uma cara?”. O raciocínio apresentado por D’Alembert assumia que, ao lançar uma moeda duas vezes, há 3 resultados possíveis (duas caras, duas coroas ou uma cara e uma coroa), o que conduziu à resposta errada de  $\frac{2}{3}$ . Na realidade, os resultados possíveis nesta experiência são 4 (cara-cara, coroa-coroa, cara-coroa e coroa-cara) e, portanto, a resposta correta é  $\frac{3}{4}$ .

Na literatura são inúmeras as referências a equívocos, no cálculo de probabilidades, relacionados com a deficiente intuição probabilística do ser humano e a sua manifestação nas mais diversas situações. Um problema clássico, em que são frequentes respostas que violam as regras das probabilidades, é o famoso problema da “Caixa de Bertrand”, que foi enunciado, pela primeira vez, pelo matemático francês Joseph Bertrand, na sua obra *Calcul des probabilités*, de 1889.

### Problema da “Caixa de Bertrand”

Existem três caixas idênticas, fechadas. Sabe-se que uma das caixas contém duas moedas de ouro, outra duas de prata e a terceira uma de prata e uma de ouro. Após a escolha aleatória de uma das caixas, é extraída uma moeda que se verifica ser de ouro. Desconhecendo-se qual era o conteúdo inicial da caixa, pretende-se saber qual a probabilidade de a outra moeda, dessa mesma caixa, ser também de ouro.



FIGURA 1. Conteúdo das caixas do Problema da “Caixa de Bertrand”.

A resposta  $\frac{1}{2}$  é a que se obtém, mais frequentemente, ao problema da “Caixa de Bertrand” e é equivocada. O equívoco, tal como destacou o próprio Bertrand, está em assumir que a probabilidade de a moeda que ficou na caixa, ser de ouro é igual à probabilidade de ser de prata. Essa conclusão equivocada tem por base uma primeira conclusão correta, de que, se a moeda extraída era de ouro, a caixa escolhida terá sido ou a que tem duas moedas de ouro ou a que tem uma moeda de ouro e outra de prata. Mas, como veremos mais em pormenor a seguir, o facto de ter saído uma moeda de ouro atribui diferentes probabilidades de escolha a cada uma destas duas caixas.

Na FIGURA 2, representámos as três caixas, designando-as A, B e C, e respetivos conteúdos, numerando as moedas de ouro, de 1 a 3, por uma questão de facilidade de identificação.

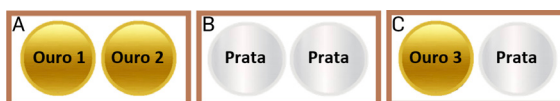


FIGURA 2. Conteúdo das caixas A, B e C.

O enunciado do problema informa que a moeda extraída é de ouro, donde concluímos que a caixa donde saiu essa moeda não poderá ser a que contém apenas moedas de prata. Concretizando, na ilustração deste problema, este facto corresponde à impossibilidade de ter sido escolhida a caixa B.

Para a caixa A (e de forma semelhante para a caixa C), consideremos a experiência aleatória que consiste em extrair duas moedas consecutivamente da caixa.

- No caso da caixa A, o espaço amostral da experiência é o conjunto  $\Omega = [(Ouro1, Ouro2), (Ouro2, Ouro1)]$ , onde  $(Ouro1, Ouro2)$  representa o acontecimento em que a moeda retirada na 1ª extração foi a moeda  $Ouro1$ , tendo ficado na caixa a moeda  $Ouro2$ .

- No caso da caixa C o espaço amostral da experiência é o conjunto  $\Omega = [(Ouro3, Prata), (Prata, Ouro3)]$ .

Como sabemos que a (primeira) moeda extraída foi de ouro, o acontecimento  $(Prata, Ouro3)$  não está nas condições do problema, restando-nos três acontecimentos  $(Ouro1, Ouro2)$ ,  $(Ouro2, Ouro1)$  e  $(Ouro3, Prata)$ . Como, destes acontecimentos, apenas o primeiro e o segundo cumprem o que é pretendido - existir outra moeda de ouro na caixa de onde se retirou a primeira moeda de ouro, a probabilidade solicitada é de  $\frac{2}{3}$ .

Perante a elevada frequência com que ocorre o equívoco descrito, o problema da Caixa de Bertrand deu origem a diversas variantes, entre as quais está o jogo de apostas "Três cartas no chapéu", popularizado por Martin Gardner, que tem como base uma carta com duas faces pretas, uma carta com duas faces vermelhas e uma carta com uma face preta e outra vermelha e o jogo das portas, conhecido como problema de Monty Hall, apresentado no concurso televisivo "1,2,3" em Portugal, e noutros concursos semelhantes, um pouco por todo o mundo.

---

# Números perfeitos

José Carlos Santos

DM/ Universidade do Porto

Um número perfeito é um número natural que é igual à soma dos seus divisores (exceção ele próprio). O conceito de número perfeito é dos mais antigos da Matemática, mas ainda estamos longe de saber tudo sobre eles. Vamos ver a sua história desde a Antiga Grécia até aos nossos dias.

## Antiguidade

O mais antigo texto onde os números perfeitos são mencionados é também um dos textos matemáticos mais famosos jamais escritos: os *Elementos de Euclides*, que datam aproximadamente de 300 a.C.. Aí, Euclides define um número perfeito como sendo um número natural cuja soma dos divisores próprios (isto é, os divisores diferentes do próprio número) seja igual ao número de que se partiu. O menor número perfeito é 6: a soma dos seus divisores próprios (1, 2 e 3) é 6. O exemplo seguinte é 28. Os divisores próprios de 28 são 1, 2, 4, 7 e 14 e a soma destes números é 28.

Na época de Euclides, só se conheciam mais dois números perfeitos: 496 e 8128. De facto, Euclides não menciona nenhum destes quatro números. Em vez disso, fornece uma receita para obter números perfeitos, que é a seguinte:

- toma-se um número natural  $n$ ;
- verifica-se se  $2^n - 1$  é ou não um número primo;
- caso a resposta seja afirmativa, então  $(2^n - 1) \times 2^{n-1}$  é um número perfeito.

Testemos isto:

- Se  $n = 1$ , então  $2^n - 1 = 1$ , que não é primo.
- Se  $n = 2$ , então  $2^n - 1 = 3$ , que é primo. E  $(2^2 - 1) \times 2 = 6$ , que é um número perfeito.
- Se  $n = 3$ , então  $2^n - 1 = 7$ , que é primo. E  $(2^3 - 1) \times 2^2 = 28$ , que é um número perfeito.
- Se  $n = 4$ , então  $2^n - 1 = 15$ , que não é primo.
- Se  $n = 5$ , então  $2^n - 1 = 31$ , que é primo. E  $(2^5 - 1) \times 2^4 = 496$ , que é um número perfeito.

- Se  $n = 6$ , então  $2^n - 1 = 63$ , que não é primo.
- Se  $n = 7$ , então  $2^n - 1 = 127$ , que é primo. E  $(2^7 - 1) \times 2^6 = 8128$ , que é um número perfeito.

Até aqui, tudo funciona bem: o método de Euclides resulta e dá origem a todos os números perfeitos conhecidos na Antiguidade.

Antes de prosseguirmos, é interessante observar que, durante muito tempo, os números perfeitos eram considerados interessantes por causa da numerologia. Por exemplo, Fílon de Alexandria, um filósofo judeu do primeiro século da nossa era, afirmou que Deus fez o mundo em seis dias por seis ser um número perfeito, ideia essa que seria repetida por vários teólogos cristãos, incluindo Santo Agostinho. E Fílon também defendeu que os ciclos lunares são de vinte e oito dias por vinte e oito ser um número perfeito.

Euclides não foi o único matemático da Antiguidade a interessar-se pelos números perfeitos. Nicómaco de Gerasa, um contemporâneo de Fílon, estudou os números perfeitos e afirmou (sem demonstrar) que:

1. O  $n^{\text{ésimo}}$  número perfeito tem  $n$  algarismos.
2. O algarismo das unidades dos números perfeitos é 6 e 8 alternadamente (e, em particular todos os números perfeitos são pares).
3. O método de Euclides não só fornece números perfeitos, como dá origem a todos os números perfeitos.
4. Há uma quantidade infinita de números perfeitos.

Iremos ver qual é o ponto de vista atual relativamente a cada uma destas afirmações.

### Idade Média

Uma pergunta natural a colocar é a de saber porque é que não se continuaram a obter novos números primos recorrendo ao processo descrito por Euclides. A resposta é simples: determinar se  $2^n - 1$  é ou não primo leva a cálculos cada vez mais extensos à medida que  $n$  cresce. Já vimos que  $2^n - 1$  é primo quando  $n$  é igual a 2, 3, 5 ou 7. Acontece que o próximo caso em que  $2^n - 1$  é primo tem lugar quando  $n = 13$ ; tem-se então  $2^{13} - 1 = 8191$ , de onde resulta que  $33550336 (= 8191 \times 2^{12})$  é um número perfeito. Esta constatação deve-se a Ibn Fallus, um matemático persa do séc. XIII.

De facto, é preciso ler com alguma reserva aquilo que Ibn Fallus escreveu. Com efeito, parece que ele acreditava que, sempre que  $n$  é primo, o número  $2^n - 1$  também é primo. Mas isto não é verdade: 11 e 23 são primos, mas  $2^{11} - 1 = 23 \times 89$  e  $2^{23} - 1 = 47 \times 178481$ . Por outro lado, é verdade que, como Ibn Fallus afirmou,  $2^{17} - 1$  e  $2^{19} - 1$  são primos, de onde resulta que 8 589 869 056 e 137 438 691 328 são números perfeitos.



Resulta daqui que as afirmações de Nicómaco de Gerasa relativamente a números perfeitos não podem ser todas verdadeiras. Com efeito:

- Se o método de Euclides der de facto origem a todos os números perfeitos, o quinto número perfeito é 33 550 336 que tem oito algarismos e não cinco. Não é verdade, então, que o  $n$ -ésimo número perfeito tenha  $n$  algarismos.
- Supondo ainda que o método de Euclides dá origem a todos os números perfeitos, também não é verdade que o algarismo das unidades dos números perfeitos seja 6 e 8 alternadamente; com efeito, o algarismo das unidades quer do quinto quer do sexto número perfeito é igual a 6.

### Renascença

As contribuições de Ibn Fallus só se tornaram conhecidas na Europa séculos após o renascer do interesse neste tipo de assuntos. Em meados do século XV, Regiomontanus redescobriu o quinto número perfeito (33 550 336). Um século mais tarde, Hudalrichus Regius foi a primeira pessoa a aperceber-se de que, mesmo que  $n$  seja primo, não é necessariamente verdade que  $2^n - 1$  seja primo; o exemplo que ele deu já foi visto atrás:  $2^{11} - 1 = 23 \times 89$ .

### Século XVII

No início do século XVII, o italiano Pietro Cataldi provou que, se  $n$  for composto, então  $2^n - 1$  também é composto. Logo, só vale a pena testar se  $2^n - 1$  é primo quando o próprio  $n$  for primo. Como já vimos, mesmo que  $n$  seja primo, é possível que  $2^n - 1$  seja composto.

Cataldi foi mais cuidadoso do que Ibn Fallus e verificou, com imensos cálculos, que  $2^{19} - 1$  é primo, confirmando assim que 137 438 691 328 é um número perfeito.

Algumas décadas depois, o francês Pierre de Fermat encontrou uma maneira de facilitar a tarefa de determinar se  $2^n - 1$  é primo, quando  $n$  é primo. Com efeito, ele provou que todos os fatores primos de um tal número são da forma  $2 \times n \times m + 1$ , para algum número natural  $m$ . Isto bate certo com o que foi visto atrás, pois:

- $2^{11} - 1 = 23 \times 89$  e tanto 23 como 89 são da forma  $2 \times 11 \times m + 1$ , com  $m = 1$  e  $m = 4$  respetivamente;
- $2^{23} - 1 = 47 \times 178481$  e tanto 47 como 178 481 são da forma  $2 \times 23 \times m + 1$ , com  $m = 1$  e  $m = 3880$  respetivamente.

A vantagem de se saber que todos os fatores primos são daquela forma tem origem, naturalmente, em haver muitos menos fatores primos a testar.

Um contemporâneo de Fermat, o também francês Marin Mersenne começou a fazer uma pesquisa sistemática dos números primos  $p$  para os quais  $2^p - 1$  também é um número

primo. Isto levou a que, hoje em dia, se designem por *primos de Mersenne* os números primos da forma  $2^p - 1$ .

### Século XVIII

Em 1747, Leonhard Euler provou que qualquer número perfeito *par* pode ser obtido pelo método de Euclides (o que já tinha sido conjecturado por volta do ano 1000 pelo matemático persa Alhazen). Sendo assim, ficou definitivamente estabelecido que *não* é verdade que o algarismo das unidades dos números perfeitos é alternadamente 6 e 8. No entanto, é verdade que o algarismo das unidades de qualquer número perfeito par é necessariamente 6 ou 8. De facto, já Pietro Cataldi observara que o algarismo das unidades de um número perfeito obtido pelo método de Euclides só pode ser 6 ou 8. Visto que não há outros números perfeitos pares além destes, fica assim provado o resultado.

Uma consequência deste resultado de Euler é que a cada primo de Mersenne ( $2^p - 1$ ) corresponde um número perfeito par ( $(2^p - 1) \times 2^p - 1$ ) e vice-versa. Ou seja, descobrir novos primos de Mersenne é o mesmo que descobrir novos números perfeitos pares.

O mesmo Euler foi a primeira pessoa na Europa a encontrar um novo número perfeito em quase dois séculos: já se sabia que o oitavo primo de Mersenne é  $2^{31} - 1$ ; consequentemente, o oitavo número perfeito é  $(2^{31} - 1) \times 2^{30} = 2305843008139952128$ .

Vejamos quais eram os números perfeitos conhecidos até ao fim do século XVIII:

1º número perfeito	6
2º número perfeito	28
3º número perfeito	486
4º número perfeito	8128
5º número perfeito	33 550 336
6º número perfeito	8 589 869 046
7º número perfeito	137 438 691 328
8º número perfeito	2 305 843 008 139 952 128

### O que resta descobrir

Naturalmente, prosseguir por este caminho leva a cálculos cada vez mais complexos, mas não necessariamente a uma melhor compreensão do assunto. Vejamos sucintamente o que é que surgiu nesta área após a contribuição de Euler.

Em primeiro lugar, há o estudo dos primos de Mersenne. A contribuição de Fermat facilitou a tarefa de determinar se, dado um número primo, o número  $2^p - 1$  é ou não primo. Mas, mesmo para números primos relativamente pequenos, isto pode dar origem a cálculos imensamente longos. Para lidar com este problema, foi criado o *teste de Lucas-Lehmer*, na década de 1930.

---

# A fórmula de Planck

Eduardo Lage  
Universidade do Porto

O estudo da radiação térmica foi iniciado por Kirchhoff (1860) que introduziu dois conceitos fundamentais: a intensidade espectral – a energia transportada, em cada segundo, por radiação com uma dada frequência  $\nu$  em equilíbrio térmico com matéria à temperatura absoluta  $T$  - que provou só depender da frequência e da temperatura,  $I_\nu(T)$ , e a noção de corpo negro, um corpo ideal que absorve toda a radiação que nele incida. A determinação desta intensidade  $I_\nu(T)$  foi um problema central da Física, teórica e experimental, durante toda a segunda metade do séc. XIX. Boltzmann (1884) mostrou que a intensidade total da radiação emitida por um corpo negro é proporcional a  $T^4$ , e Wien (1893) reduziu a intensidade espectral à forma  $I_\nu(T) = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right)$ . Todas as tentativas para encontrar esta função universal  $f$ , dentro das teorias clássicas, mostrar-se-iam não só infrutíferas como conduziam a resultados em desacordo com dados experimentais e absurdos tais como a catástrofe ultravioleta. A resolução definitiva destes problemas seria encontrada por Planck (1900) com a introdução de conceitos sem qualquer cabimento em teorias clássicas, inaugurando, dessa forma, a moderna teoria quântica.

A teoria da radiação térmica tinha aberto, em 1900, uma profunda crise na Física Clássica. Havia, por um lado, resultados que se deveriam considerar exatos como a lei de Wien para a intensidade espectral da radiação emitida por um corpo negro, à temperatura absoluta  $T$ :

$$I_\nu = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right) \quad (1)$$

A intensidade espectral é a energia transportada, em cada segundo, pelas ondas eletromagnéticas, de frequência  $\nu$ , que constituem a radiação e, na eq. (1), a função  $f(x)$  era desconhecida. Não obstante, esta expressão para a intensidade espectral reproduzia a lei de Stefan-Boltzmann: a intensidade total radiada por um corpo negro é proporcional

a  $T^4$ , um resultado verificado experimentalmente numa ampla gama de temperaturas. E também originava a lei de deslocamento de Wien: o máximo da intensidade radiada ocorre para uma frequência proporcional à temperatura absoluta. A referida crise situava-se na determinação da função  $f(x)$  quando se usavam modelos realistas, embora simplificados, para o átomo considerado como um oscilador harmónico capaz de emitir e absorver radiação. Relembremos dois importantes resultados obtidos para a densidade espectral de energia, *i.e.*, a energia eletromagnética, por unidade de volume, associada com as ondas de frequência  $\nu$ :

$$u_\nu(T) = \frac{4\pi}{c} I_\nu(T) = \frac{4\pi}{c} \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right) \quad (2)$$

1º: A fórmula de Wien que parecia ajustar-se bem aos resultados experimentais para “altas” frequências:

$$u_\nu(T) \propto \nu^3 e^{-\frac{b\nu}{T}}$$

onde  $b$  é uma constante ajustável.

2º: A relação de Planck entre a densidade espectral e a energia média  $\langle E \rangle$ , de um oscilador harmónico que troca energia com o campo de radiação:

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \langle E \rangle. \quad (3)$$

Este último resultado origina a fórmula de Rayleigh-Jeans e a conseqüente catástrofe ultravioleta se usarmos  $\langle E \rangle = k_B T$  como determinado pela Física Estatística Clássica: a radiação seria tanto mais intensa quanto maior a sua frequência sem limite superior!

Em Outubro 1900, Planck toma conhecimento dos resultados de dois grupos experimentais, em Berlim, que parecem indicar que a expressão de Wien se aproxima da previsão de Rayleigh-Jeans para “baixas” frequências. Perante estes dois limites, Planck encontra uma fórmula de interpolação que se ajusta com perfeição a todos os resultados experimentais,

$$u_\nu(T) = \frac{8\pi}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}, \quad (4)$$

surgindo, aqui,  $h$  como uma verdadeira constante, embora de valor desconhecido, mas que serve para definir o que são “altas” temperaturas ou “baixas” frequências, antes referidas:  $\frac{h\nu}{k_B T} \ll 1$ . Mas qual o significado físico desta fórmula que tão bem se ajusta aos dados experimentais? Usando a eq. (3), obtemos o valor médio da energia de um

oscilador mecânico:

$$\langle E \rangle = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \quad (5)$$

Suponhamos, agora que temos  $N \gg 1$  destes osciladores – a energia média desta coleção é:

$$U = N \langle E \rangle = \frac{N h \nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

Os osciladores trocam energia através da radiação – mas o acoplamento é feito através da carga do eletrão, quantidade suficientemente pequena para a podermos ignorar (ela não aparece na fórmula anterior) e, assim, podemos considerar o sistema de osciladores como estando praticamente isolado, com aquela energia  $U$ . Qual a entropia desta coleção de osciladores? Sabemos que  $\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{1}{T}$ ; assim, eliminando  $T$  através da expressão da energia  $U$  e integrando, obtemos:

$$S(U, N) = k_B \left[ \left( N + \frac{U}{h\nu} \right) \log \left( N + \frac{U}{h\nu} \right) - \frac{U}{h\nu} \log \left( \frac{U}{h\nu} \right) - N \log N \right]. \quad (6)$$

[O último termo nesta expressão, embora irrelevante para o que se segue, é metido “à mão” para garantir a extensibilidade da entropia:  $S(xU, xN) = xS(U, N)$  para qualquer  $x > 0$ ]

Passou, então, a ser este o problema de Planck: como obter esta entropia? Para o resolver, Planck vai socorrer-se da interpretação estatística de Boltzmann (que antes não aceitava): a entropia é o logaritmo (multiplicado pela constante de Boltzmann) do número de maneiras de distribuir a energia  $U$  pelos  $N$  osciladores. E faz duas hipóteses, ambas ao arrepio de qualquer interpretação clássica. Primeiro, admite que a energia  $U$  é constituída por um certo número ( $n$ ) de elementos finitos de energia ( $\varepsilon$ ), todos iguais (pelo que  $U = n\varepsilon$ ), a que Planck deu o nome de elemento de energia (mais tarde, chamou-lhe *quantum* de energia). Isto é, Planck considera a energia disponível como se tivesse uma “estrutura atômica”, atribuindo a cada oscilador um certo número destes “átomos de energia” [O leitor não deixará de notar o “desespero” a que Planck chegara – ele tinha sérias reservas à teoria atômica da matéria!]. Segundo, embora os osciladores sejam distinguíveis, estes elementos de energia são indistinguíveis, um conceito totalmente inexistente na Física Clássica. Então, o número de maneiras de distribuir os  $n$  elementos de energia pelos  $N$  osciladores é:

$$W_N = \frac{(N + n - 1)!}{n!(N - 1)!}$$

[Este é o número de maneiras de distribuir  $n$  pontos idênticos por  $N$  caixas contíguas – cada estado possível é obtido permutando os  $n$  pontos e as  $N - 1$  paredes que dividem, internamente, as caixas, não contando como distintos quer as permutações dos pontos entre si, quer as permutações dessas paredes]. Considere-se, agora, que  $N$  e  $n$  são números grandes; usando a fórmula de Stirling para calcular o logaritmo de  $W_N$  e eliminar  $n$  em favor de  $U$ , obtém-se:

$$\frac{S}{k_B} = \left(N + \frac{U}{\varepsilon}\right) \log \left(N + \frac{U}{\varepsilon}\right) - \frac{U}{\varepsilon} \log \frac{U}{\varepsilon} - N \log N.$$

Comparando com a expressão obtida para a entropia dos osciladores, eq. (6), vemos que deve ser:

$$\varepsilon = h\nu. \quad (7)$$

Quer dizer, cada oscilador só pode ter a energia  $0, h\nu, 2h\nu, \dots, nh\nu, \dots$  - tal é a hipótese de Planck que não encontra qualquer explicação na Física Clássica mas que se ajusta perfeitamente aos resultados experimentais relativos à intensidade espectral de um corpo negro!

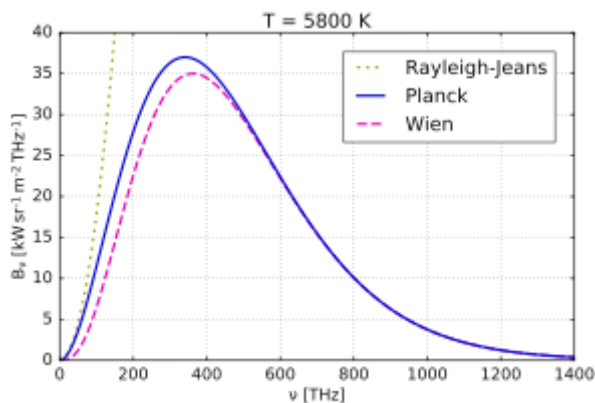


FIGURA 1. Comparação da intensidade espectral para três teorias.

A FIGURA 1 compara as expressões para a intensidade espectral obtidas por Wien, Rayleigh-Jeans e Planck.

---

# Ondas gravitacionais e (astro)física fundamental

## Passado, presente e futuro

Carlos A. R. Herdeiro

CIDMA/ Universidade de Aveiro

A primeira deteção de ondas gravitacionais, em setembro de 2015, marcou o início de uma nova era na astrofísica. Uma importante parte do Universo dinâmico, até aí invisível, tornou-se acessível. Seguiram-se, desde então, várias outras observações que nos têm dado informações preciosas sobre a física de buracos negros, de estrelas de neutrões e sobre a própria gravidade, por exemplo, a velocidade a que se propaga. Mas a história das ondas gravitacionais começa um século antes da primeira deteção com a apresentação, por Albert Einstein, das equações da Relatividade Geral. É uma história recheada de episódios e controvérsia. Cinco anos depois, refletimos sobre o passado, o presente e o futuro das ondas gravitacionais, o que já ensinaram e o que poderão vir a ensinar.

No dia 14 de Setembro de 2015, os dois detetores de ondas gravitacionais (OGs) do *Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory* (LIGO) ainda não estavam completamente operacionais. Estavam em testes e o início oficial da colheita de dados havia sido adiado para 18 de Setembro. Um investigador pós-doutoral de 33 anos, chamado Marco Drago, que se encontrava na Alemanha (*Max Planck Institute* de Hanover) recebeu um alerta de um possível sinal (uma leitura fora do normal). Os analistas de dados recebiam cerca de um destes alertas por dia nesta fase das operações; contudo, a razão de sinal para ruído deste alerta particular era bastante superior ao normal, e o sinal tinha sido recebido quase em simultâ-

neo nos dois detetores (com 7 mili-segundos de separação) o que excluía, estatisticamente, a possibilidade de ruído aleatório.

Depois de meses de análise, ficou estabelecido que o sinal era ajustado pelo modelo teórico de uma colisão de dois buracos negros, um com 29 massas solares e outro com 36 massas solares, que terá ocorrido há cerca de 1.3 mil milhões de anos, numa altura em que a escala evolutiva na Terra era dominada por bactérias. Devido ao desfasamento dos sinais foi possível determinar a região aproximada do céu de onde o sinal origina, que fica no hemisfério sul celeste, na zona das nuvens de Magalhães. Pela primeira vez tinham sido detetadas OGs e compreendido o que as originou.

Detetar OGs é compreender mais completamente a trama cósmica. Imagine que esta trama é uma peça de teatro da qual somos espetadores. No palco evoluem vários tipos de personagens. Algumas brilham com luz própria; outras refletem a luz de companheiros próximos que brilham. Mas em vários cantos não iluminados do palco há personagens que não se vêem, mas falam e participam na ação, no diálogo. Imagine ainda que os espetadores são surdos. Vai ser difícil compreender a peça... ainda que observem parte dos atores e apreciem os seus movimentos. Mas falta-lhes uma camada da realidade.

Pois bem, com a deteção de OGs começámos a “ouvir” uma parte que faltava da mais grandiosa de todas as peças. Estamos agora a conhecer personagens invisíveis que até agora desconhecíamos. E aguardamos supresas.

## **Passado: um século à espera**

### **Génese**

A história moderna das ondas OGs tem início a 25 de Novembro de 1915, quando, na Academia Prussiana em Berlim, A. Einstein fez a quarta e última apresentação sobre a sua nova teoria da gravitação, a *Relatividade Geral (RG)*. Nesse dia, Einstein apresentou a forma final das equações de campo que regem esta teoria: as equações de Einstein da RG.

Na RG, a gravidade tem uma velocidade de propagação finita. Alterando, por exemplo, a posição das fontes de gravitação, o respetivo “campo” reajusta-se progressivamente. Este comportamento contrasta com o da gravitação Newtoniana, onde a velocidade de propagação é infinita e portanto incompatível com a causalidade da relatividade restrita, formulada por Einstein em 1905. Por outro lado, o mesmo comportamento é observado no eletromagnetismo, cujas leis estabelecidas por J. C. Maxwell na década de 1860 prevêm que a interação eletromagnética se propaga, no vazio, a uma velocidade finita: a “velocidade da luz”, denotada por  $c$  e aproximadamente de 300 000 km/s.

Para compreender como se propaga a gravidade, e a que velocidade, Einstein estudou em 1916 as suas equações em regiões vazias (sem matéria), sem fontes de gravidade, considerando pequenas flutuações da interação gravitacional. Esta técnica permitiu-lhe obter *equações de onda* semelhantes às que se podem obter no eletromagnetismo, onde



descrevem a propagação de ondas eletromagnéticas. Deste modo, Einstein reconheceu a existência de *OGs*. Adicionalmente, Einstein identificou três classes destas ondas, notando, contudo, que apenas um tipo transporta energia e esse tipo propaga-se, precisamente, à velocidade da luz.

Dois anos mais tarde Einstein reconheceu que as duas classes de *OGs* que não transportam energias são artefactos: são apenas flutuações sinusoidais do sistema de coordenadas usado e não flutuações reais da interação gravitacional. Num artigo de 1922, A. Eddington escreveu que “a única velocidade relevante [para estes “modos”] é a velocidade do pensamento”. Este curioso chavão, que *OGs* viajam “à velocidade do pensamento”, tornou-se nas décadas seguintes um slogan do cepticismo sobre a real existência de *qualquer tipo* de *OGs*.

### Controvérsia

Uma onda física viajante, seja de água, na corda de uma guitarra ou eletromagnética, transporta energia. Contudo, a questão “uma *OG* transporta energia?” é delicada.

No eletromagnetismo, o valor dos campos elétrico e magnético num certo ponto definem a energia do campo nesse ponto, medida por um certo observador. Em particular, determina-se a energia transportada por uma onda eletromagnética sem ambiguidades. Na RG, por outro lado, o “campo” gravitacional em qualquer ponto é nulo para uma certa classe de observadores: aqueles que estão em queda livre. Este simples facto cria um obstáculo na definição local (isto é, num ponto) da energia da interação gravitacional, em RG. Em particular, cria também ambiguidades na determinação da energia transportada pelas *OGs* que Einstein estudou em 1916/18.

Se não é claro se as *OGs* transportem energia, será que têm realidade física? Ou serão artefactos matemáticos? Este debate arrastou-se durante várias décadas. Einstein voltou ao assunto em 1936. Numa carta a M. Born escreveu “Juntamente com um jovem colaborador, cheguei à interessante conclusão que *OGs* não existem, embora tivessem sido assumidas como uma certeza na primeira aproximação.” Esta correspondência é o início de um curioso episódio que colocou Einstein em litígio com a revista científica *Physical Review*. No final, Einstein retratou-se, admitindo que a situação era inconclusiva. E foi este o seu canto de cisne sobre o dossier *OGs*.

Em 1957, dois anos depois da morte de Einstein, ocorreu uma conferência sobre gravitação em Chapel Hill, nos EUA. Participou a elite científica da área, bem como outros cientistas de renome, entre os quais Richard Feynman. A controvérsia sobre a realidade física das *OGs* perdurava, centrando-se em tentativas (sem consenso) de definir matematicamente a energia local da interação gravitacional. Feynman sugeriu uma nova perspetiva, que seria decisiva na persuasão da comunidade: em vez de discutir se transportam energia, será que podemos estabelecer se as *OGs* realizam trabalho, quando interagem com a matéria?

Baseado no (à altura) recente entendimento de como as OGs afetam a matéria, desenvolvido principalmente por F. Pirani, Feynman propôs uma experiência conceitual simples: “as argolas pegajosas”. Imagine-se uma vara com uma superfície com atrito e com duas argolas enfiadas, que ficam a uma certa distância. O efeito de uma OG, por exemplo sinusoidal, que passe pelo sistema é provocar uma aceleração relativa das partículas do sistema (ex., ao longo da vara), contraindo ou expandindo o sistema, conforme a fase da onda. As argolas responderão a este *efeito de maré* com maior amplitude do que as partes da vara, dado que são livres de deslizar sobre a vara. Mas ao deslizar, o atrito implica a deposição de energia, que terá de provir da OG. Logo as OGs têm de transportar energia, pois podem realizar trabalho.

### Evidência

Tendo compreendido como se propagam e interagem com a matéria, falta responder a outra questão central: o que gera OGs? Einstein respondeu corretamente a esta pergunta no seu artigo de 1918. OGs são geradas, genericamente, quando há fontes de gravitação aceleradas. Em termos astrofísicos, a fonte mais comum é um binário de astros em órbita em torno do centro de gravidade comum. Contudo, a potência emitida é, em primeira ordem, proporcional a  $G/c^5$ , onde  $G$  é a constante de gravitação universal. A pequenez deste número (em Unidades SI) requer que fontes astrofísicas detetáveis tenham de possuir massas, morfologias e propriedades dinâmicas notáveis.

Porém, mesmo sem detetar OGs pode-se detetar o seu efeito na *fonte*. Como as OGs emitidas transportam energia, a fonte perde energia. Consequentemente, no caso de um sistema binário, a distância entre os astros diminui, tal como o período orbital. Para, por exemplo, o binário Terra-Sol, este efeito é demasiado pequeno para ser observável. Mas em 1975 foi descoberto o primeiro binário de estrelas de neutrões, que são muito compactas, onde uma das estrelas é vista como um **pulsar**. Observando o sistema ao longo de alguns anos detetou-se uma variação do período orbital (isto é do tempo que cada uma das estrelas demora a completar uma volta em torno do centro de massa comum) em concordância com a previsão da RG, devida à emissão de OGs, conclusão confirmada por décadas de observações deste e outros sistemas binários compactos. Estas observações dissiparam qualquer dúvida sobre a realidade das OGs e deram o prémio Nobel da Física de 1993 a R. Hulse e J. Taylor. Faltava, “apenas”, a deteção direta de OGs.

### Preparação

Entre 1967 e 1972, R. Weiss (do MIT nos EUA) começou a estudar a possibilidade de detetar OGs com interferómetros de *Michelson-Morley*. A motivação para estes detetores resulta do efeito de maré que as OGs imprimem na matéria, produzindo acelerações relativas com sinal contrário em direções ortogonais: quando a OG estica a matéria numa

direção, contrai-a na direção ortogonal. Este efeito é denominado *quadrupolar*. O interferómetro de Michelson, precisamente, tem dois braços perpendiculares e a alteração dos seus comprimentos pela OG resulta numa alteração detetável da interferência entre os sinais de luz de cada braço.

A partir de 1968, K. Thorne (do CalTech) iniciou esforços teóricos sobre fontes de OGs e as características do sinal, com vista à sua deteção. Em 1980 a *National Science Foundation* (NSF) dos EUA, financiou o estudo de um longo interferómetro liderado pelo MIT e no ano seguinte o CalTech construiu um protótipo de 40 metros. O MIT e o CalTech acabariam por juntar os seus esforços formando o LIGO. Em 1994 o LIGO tornou-se o maior projeto financiado na história da NSF. Foram escolhidas duas localizações para dois interferómetros gémeos, nos EUA, separados por 3002 km. A construção iniciou-se em Hanford (Washington) em 1994 e em Livingston (Louisiana) em 1995. Os dois interferómetros, ambos em forma de L, têm braços de aproximadamente 4 kms.

O LIGO inicial operou entre 2002 e 2010 não tendo detetado OGs (como esperado). O LIGO avançado, uma versão mais sensível dos instrumentos, iniciou a sua primeira sessão de observação (designada por *O1*) em Setembro de 2015, com uma expectativa real de, 100 anos depois da RG, detetar uma das suas mais notáveis previsões.

## **Presente: a era da astrofísica das OGs**

### **GW150914 - Deteção**

A 14 de Setembro de 2015 foi feita a primeira deteção, designada (como todas as seguintes) pela data: GW150914. Cada deteção fornece uma *forma de onda*, que sumaria a forma como o detetor vibrou durante a passagem da OG. Uma vibração consistente tem que ocorrer em ambos os interferómetros, para o LIGO assumir que uma deteção foi feita, o que explica a necessidade de duplicação dos detetores.

A interpretação da forma de onda, por outro lado, exige modelação teórica, para a relacionar com a possível fonte. Por isso, a comunidade de gravitação relativista preparou, durante a década anterior à deteção, bibliotecas de formas de onda para os eventos mais prováveis, como binários de buracos negros (BNs) ou de estrelas de neutrões, varrendo os tais diferentes parâmetros do sistema. Por exemplo, um binário de BNs (sem rotação individual, que designaremos por *spin*) em órbitas quasi-circulares produz uma forma de onda com uma frequência e amplitude que aumentam monotonicamente à medida que os dois BNs se aproximam, até à fusão num único BN, altura em que a amplitude é máxima.

---

# Dinâmica de metapopulações em regiões áridas

Marisa Naia, José C. Brito  
CIBIO/ InBIO/ Universidade do Porto

A fragmentação dos habitats naturais e as alterações climáticas promovem o isolamento populacional e um aumento do risco de extinção, estando por isso entre os principais fatores responsáveis pela perda de biodiversidade. A conectividade da paisagem assegura a dispersão de indivíduos e o fluxo génico, mitigando os efeitos negativos promovidos pela fragmentação e assegurando a dinâmica e a respetiva persistência de metapopulações. As montanhas da Mauritânia contêm lagoas que funcionam como refúgios climáticos para espécies aquáticas. Durante a estação seca, os rios que interligam essas lagoas interrompem-se e impossibilitam o movimento de indivíduos, mas durante a estação das chuvas, quando a disponibilidade de água aumenta, movimentos de dispersão inter-lagoas garantem o fluxo génico e a subsistência das espécies. Esta dinâmica metapopulacional permite mitigar os efeitos negativos do isolamento populacional e garantir a sobrevivência de espécies aquáticas em regiões áridas.

A fragmentação dos habitats naturais é um dos principais fatores que conduz à perda de biodiversidade, criando uma matriz de pequenas manchas de habitat isolados onde as populações persistem. Este isolamento contribui para a diminuição do fluxo génico (migração de genes entre populações), o que leva à diminuição da viabilidade das populações através do aumento da consanguinidade, da redução da diversidade genética e da capacidade de adaptação dos indivíduos (FIGURA 1). As alterações climáticas amplificam estes efeitos porque criam condições ambientais que podem estar para além da tolerância fisiológica das espécies, com consequências negativas, por exemplo na sobrevivência ou no sucesso reprodutor. Por isso, tanto a fragmentação dos habitats como as alterações climáticas levam ao declínio das populações e à extinção de espécies quando estas são incapazes de

se adaptarem às novas condições ou têm uma baixa capacidade de dispersão.

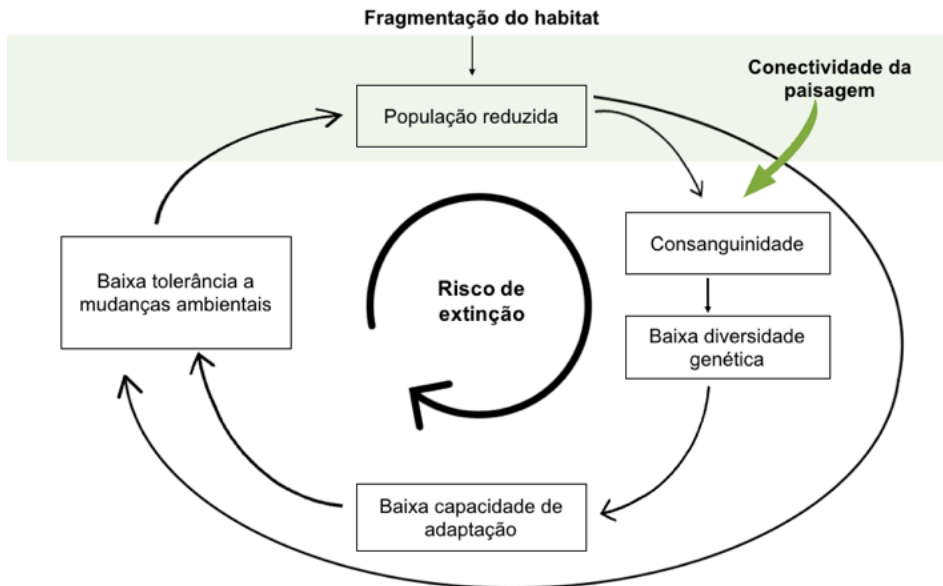


FIGURA 1. Esquema simplificado dos diferentes efeitos da fragmentação dos habitats naturais nas espécies e populações, os quais conduzem a um aumento do risco de extinção. A conectividade da paisagem como uma medida para mitigar os efeitos negativos da perda do habitat está representada pela seta verde.

A conectividade da paisagem facilita o movimento de indivíduos entre diferentes locais. Por um lado, a conectividade estrutural foca-se na configuração espacial da paisagem, avaliando a continuidade física do habitat, tais como corredores, sem considerar os aspetos biológicos da paisagem. Por outro lado, a conectividade funcional considera o comportamento das espécies perante a paisagem, avaliando a capacidade de dispersão dos indivíduos e estimando quais os corredores utilizados entre habitats isolados. Uma rede coesa de corredores que interliguem habitats adequados à persistência através de zonas desfavoráveis permite tanto os movimentos de indivíduos entre as diferentes populações isoladas como facilita a potencial colonização de novos habitats, permitindo assim a dinâmica de metapopulações. Esta dinâmica resulta do equilíbrio entre extinção e colonização de populações, o qual é mantido através do movimento de indivíduos entre populações. A migração conduz a um aumento periódico na entrada de novos genes de populações adjacentes, o que contribui para o aumento da variabilidade genética e do potencial de adaptação a alterações ambientais, diminuindo assim o risco de extinção (FIGURA 2).

Em ecossistemas aquáticos, a conectividade é essencialmente assegurada através da rede hidrográfica. As espécies aquáticas movem-se na paisagem através dos rios, de forma ativa ou passiva, colonizando novos habitats favoráveis e alcançando novas populações,

sendo responsáveis pela dinâmica metapopulacional. A conectividade hidrológica da paisagem é particularmente importante em regiões áridas, onde a disponibilidade de água nos rios é fortemente sazonal. Conseqüentemente, a dispersão está restrita à época das chuvas, quando a rede hidrográfica está conectada. No entanto, a disponibilidade da água pode igualmente flutuar anualmente devido às oscilações climáticas, resultando em períodos de seca que impossibilitam a dispersão através dos rios. Estes fenômenos são particularmente evidentes no Sael, uma ecoregião que se estende por 3 000 000 km<sup>2</sup> entre o Deserto do Saara a norte e as savanas sub-húmidas a sul. Esta região experienciou fortes oscilações climáticas desde o Pleistoceno, as quais modificaram os *habitats* existentes. No último período húmido (há cerca de 4000 anos), prados e mega-lagos cobriam grande parte do atual Sael, mas estes contraíram-se à medida que a precipitação diminuiu e a região aridificou. Estas oscilações climáticas e as mudanças no coberto vegetal tiveram conseqüências na distribuição das espécies, contribuindo para o isolamento de populações e, por vezes, para a diversificação de novas formas. Atualmente, espécies adaptadas a ecossistemas aquáticos persistem em refúgios climáticos, *habitats* isolados que reúnem as condições favoráveis para a sobrevivência das espécies, muitas vezes retendo água durante todo o ano. Estes frágeis sistemas são fortemente vulneráveis às alterações climáticas. A diminuição acentuada na precipitação prevista para o Sael poderá afetar a viabilidade de várias populações.

As montanhas da Mauritânia atuaram como refúgio durante os ciclos climáticos passados, mantendo populações isoladas de espécies aquáticas numa região essencialmente árida. Nestas montanhas encontram-se lagoas (conhecidas localmente como *gueltas*) com elevada riqueza biológica, concentrando espécies endêmicas e ameaçadas, categorizando-se como *hotspots* locais de biodiversidade (FIGURA 2 A)). Muitos *gueltas* retêm água durante a época seca, permitindo a persistência de espécies aquáticas durante todo o ano. É o caso do crocodilo-do-deserto (*Crocodylus suchus*), o qual persiste nos *gueltas* quando os rios e as zonas húmidas envolventes secam (FIGURA 2 B)).

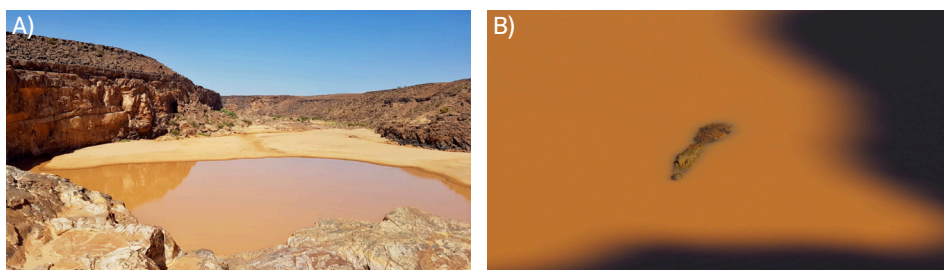


FIGURA 2. Refúgios climáticos na Mauritânia. A) guelta Tartêga na montanha do Tagant. B) Crocodilo-do-deserto (*Crocodylus suchus*) no guelta Tartêga.

Para esta e muitas outras espécies aquáticas, a conectividade entre gueltas é crucial para manter a dinâmica metapopulacional local e a respetiva viabilidade das populações. Durante a época das chuvas, os gueltas anteriormente isolados ficam conectados através da rede hidrográfica que se forma com o reaparecimento dos rios sazonais. Desta forma, os crocodilos podem dispersar entre gueltas durante a época das chuvas e garantir o fluxo génico entre as diferentes populações, maioritariamente isoladas nas lagoas (FIGURA 3).

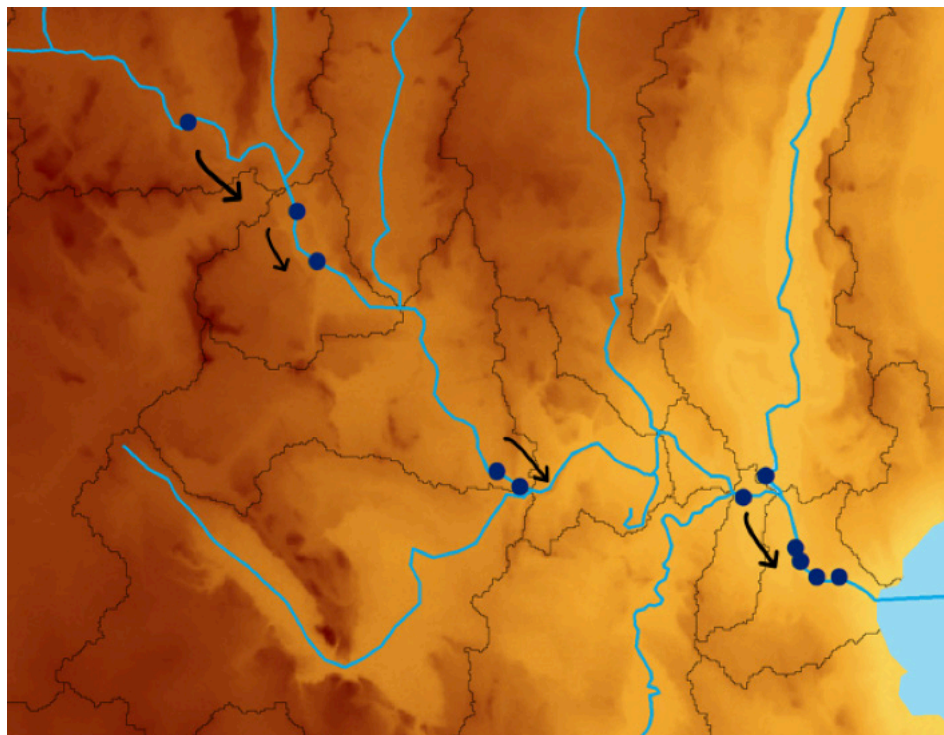


FIGURA 3. Esquema simplificado de um sistema de metapopulacional nas lagoas montanhosas da Mauritânia. A migração de indivíduos é representada pelas setas, a qual tem por norma o sentido montante para jusante.

Ao longo de várias gerações, alguns indivíduos conseguem atingir o rio Senegal, o único rio permanente na Mauritânia, garantindo a sobrevivência das populações a jusante. Assim, as populações montanhosas funcionam como fonte de novos genes, à medida que os indivíduos dispersam entre gueltas ao longo da rede hidrográfica. Consequentemente, a dispersão atenua os efeitos do isolamento populacional, contribuindo para a manutenção da diversidade genética local e da capacidade de adaptação às alterações climáticas, diminuindo assim o risco de extinção local.

---

# Aprender com os Prémios Nobel

Sílvia Ferreira

ESE / Instituto Politécnico de Setúbal

O estudo de relatos de descobertas laureadas com o Prémio Nobel possibilita o ensino sobre a natureza da ciência e a sua relação com os conhecimentos científicos. Foca-se a conceptualização de Ziman sobre a natureza da ciência e apresentam-se dois exemplos que resultaram do estudo de relatos de descobertas realizadas por Marie Curie (Prémio Nobel da Física de 1903 e da Química de 1911) e por John Robin Warren e Barry J. Marshall (Prémio Nobel da Fisiologia ou Medicina de 2005).

No ensino das ciências, o recurso aos relatos dos laureados com o Prémio Nobel da Física, da Química ou da Fisiologia ou Medicina, disponíveis na página oficial do Prémio Nobel com a designação de *Nobel Lectures*, possibilita a exploração de situações concretas de investigação científica. Estas narrativas, muitas vezes mediadas por episódios da vida pessoal, permitem abordar com os alunos a natureza da ciência, ou seja, o processo de construção da ciência, tendo em conta o trabalho que os cientistas realmente fizeram e a relação biunívoca entre ciência, tecnologia e sociedade (CTS).

Nos diversos relatos disponíveis, é possível explorar com os alunos diferentes dimensões da natureza da ciência, tendo em consideração a conceptualização multidimensional de ciência apresentada por Ziman. De acordo com este físico, a ciência deve ser analisada em função de quatro dimensões metacientíficas: filosófica, histórica, psicológica e sociológica.

A dimensão filosófica dá ênfase aos processos investigativos do trabalho desenvolvido pelos cientistas. A dimensão psicológica contempla as características psicológicas dos cientistas que influenciam a sua atividade científica, como a curiosidade e a persistência. A dimensão histórica realça o carácter de arquivo da ciência e confere-lhe uma perspetiva de atividade dinâmica que evolui ao longo do tempo. A dimensão sociológica refere-se às relações sociais que se estabelecem e desenvolvem dentro da comunidade científica (sociologia interna) e às inter-relações que os cientistas estabelecem com a sociedade em geral, incluindo a relação CTS (sociologia externa).



Os cientistas pertencem a uma determinada comunidade científica e estabelecem interações sociais uns com os outros. Comunicam entre si, partilhando dúvidas e angústias, êxitos e insucessos a par das perspectivas e resultados experimentais que os levam a reestruturar constantemente os seus trabalhos. A investigação científica é, cada vez mais, um processo colaborativo e não uma atividade isolada. Além disso, a ciência, a tecnologia e a sociedade estão intimamente ligadas. Por exemplo, se por um lado, as novas ideias e aplicações da ciência influenciam as inovações tecnológicas, por outro, a tecnologia fornece à ciência novos instrumentos e procedimentos que a fazem avançar.

Através do estudo de relatos dos laureados com o Prémio Nobel, é assim possível abordar as diferentes dimensões metacientíficas teorizadas por Ziman. Para tal, é fundamental que o processo de ensino e aprendizagem da natureza da ciência seja intencionalmente planeado pelo professor e que os conhecimentos metacientíficos sejam tornados explícitos durante a sua exploração. Além disso, e talvez mais importante, também é possível articular esse conhecimento com os conhecimentos científicos relacionados com a descoberta.

De seguida, apresentam-se, de forma sintética, dois trabalhos que resultaram do estudo de relatos de descobertas realizadas por Marie Curie, laureada com os Prémios Nobel da Física de 1903 e da Química de 1911, e por John Robin Warren e Barry J. Marshall, laureados com o Prémio Nobel da Fisiologia ou Medicina de 2005.

O estudo de cada caso teve em consideração os seguintes aspetos: breve biografia do(as) cientista(s) envolvido(as) na descoberta, conhecimento científico que contribuiu para a descoberta e os seus impactos na sociedade. No final de cada exemplo, apresentam-se algumas sugestões de discussão com os estudantes, tendo em conta a exploração das dimensões da construção da ciência e da sua articulação com o conhecimento científico.

---

# Medicina e arte

*in casadasciencias.org/banco-imagens*

As imagens são de um belo colorido sobre fundo negro. Projetadas numa tela, dir-se-ia ser uma pintura abstrata. Muito de enaltecer os médicos e cientistas que percebem o belo no que fazem. As duas representações que comentamos obtidas por velocimetria de imagem de partículas é um exemplo. Estas imagens são muito interessantes, ambas muito belas! É como o resultado de um pincel de artista que acabasse de plasmar a ideia de representar redemoinhos, um tornar perceptível o movimento numa tela! Na imagem da esquerda, a força (o volume) do sangue que desce da aurícula esquerda para o ventrículo percebe-se naquele encaracolado das imagens numa forma que é diferente do que se observa na imagem da direita que denota o refluxo descido da aorta por insuficiência da válvula aórtica. É um encaracolado muito artístico porque, além da forma, as diferentes tonalidades das cores não só combinam muito bem como ajudam a uma expressão mais real dos fluxos sanguíneos. E depois há aquela teia lindíssima dos azuis nas paredes ventriculares... No abstracionismo artístico todas as ideias, quaisquer que sejam, desde que se projetem em formas e cores, são bem acolhidas! A questão é ser-se capaz!...

Levi Guerra

Medicina, Universidade do Porto

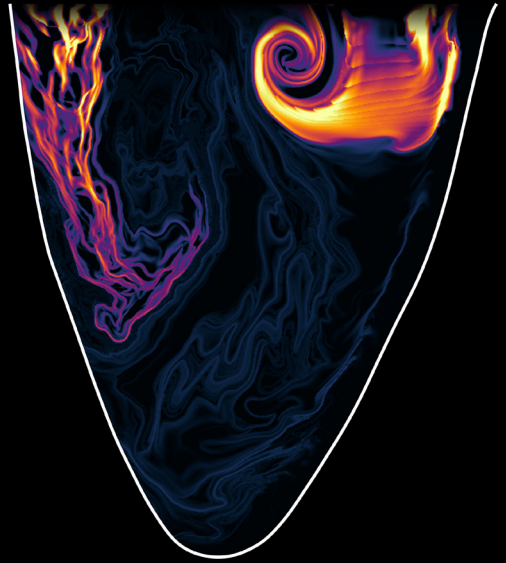
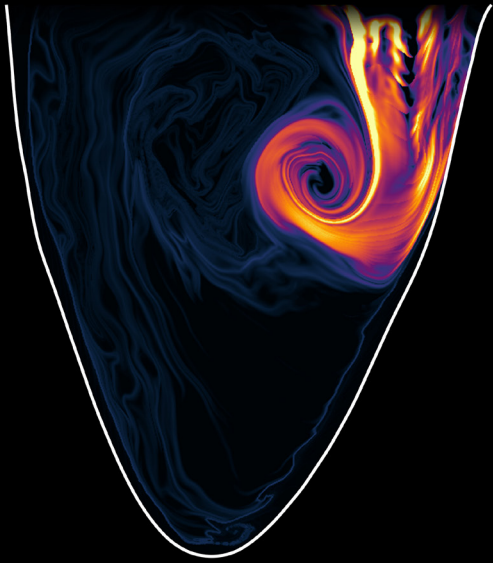
Na imagiologia cardíaca, uma nova tecnologia estuda os "vórtices" (redemoinhos) que o sangue forma e acrescenta informação ao Doppler a cor. Possibilita estudar a energia cinética das células sanguíneas e avaliar a repercussão dos desvios da normalidade em dilatações ou em alterações degenerativas ou pró-trombóticas.

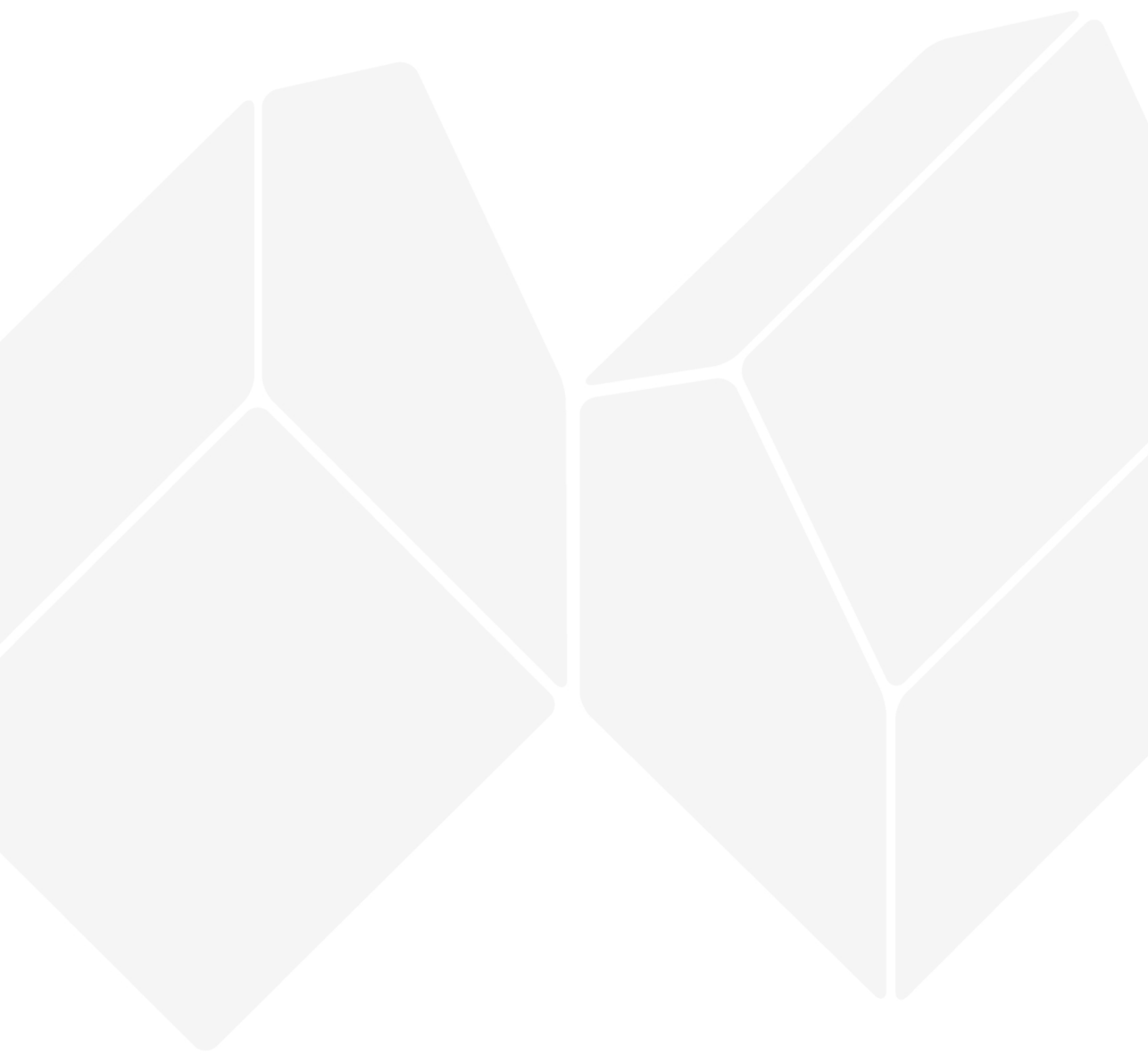
Na lindíssima imagem observamos, em visualização computacional, dois ventrículos esquerdos na diástole. O cardiologista olha e vê: no da esquerda, um enchimento ventricular sem restrições; no da direita surge um outro fluxo, de regurgitação da válvula aórtica à esquerda, que vai causar uma diminuição da profundidade do "vórtex" de enchimento normal do coração, distorcê-lo e explicar um sopro que se ausculta nas insuficiências valvulares aórticas graves (rodado de Austin Flint).

A imagem poderia estar numa galeria de pintura e possui uma simplicidade e intensidade de cor de sustentar a respiração. É um instante de uma estrutura em movimento, mas não deixa de mostrar a ondulação do fluxo e as suas interferências e apontar a maravilha que é o funcionamento da bomba que é o coração.

Luísa Moura Branco

Hospital de Santa Marta, CHULC, Lisboa





**CASA DAS CIÊNCIAS**  
EDULOG · FUNDAÇÃO BELMIRO DE AZEVEDO