

Polígono Funicular.

José Moreira*, Cláudio Gomes‡

* IFMA/NF/U. Porto | ‡ CF/U. Minho | U. Porto

CATEGORIA

Artigo

CITAÇÃO

Moreira, J., Gomes, C. (2026)
Polígono Funicular,
Rev. Ciência Elem., V14(01):007.
doi.org/10.24927/rce2026.007

EDITOR

João Nuno Tavares
Universidade do Porto

EDITORES CONVIDADOS

Paulo Ribeiro-Claro, Mariela M. Nolasco
Universidade de Aveiro

RECEBIDO EM

01 de fevereiro de 2026

ACEITE EM

02 de março de 2026

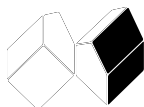
PUBLICADO EM

15 de março de 2026

COPYRIGHT

© Casa das Ciências 2026.
Este artigo é de acesso livre,
distribuído sob licença Creative
Commons com a designação
[CC-BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/), que permite
a utilização e a partilha para fins
não comerciais, desde que citado
o autor e a fonte original do artigo.

rce.casadasciencias.org



O polígono funicular é uma ferramenta gráfica útil para determinar o eixo central ao longo do qual o vetor resultante não nulo de um sistema de vetores desliza, e foi introduzida pelo matemático francês Pierre Varignon¹.

Há formulações adicionais do polígono funicular, como por exemplo o polígono funicular dos momentos e o polígono funicular espacial^{2,3}. Iremos aqui seguir a formulação habitual nos livros de texto de Estática. Assim, a melhor forma de entender o método gráfico do polígono funicular é através de um exemplo concreto. Assim, consideremos um sistema de três vetores deslizantes no plano xOy , os quais são aplicados a uma caixa bidimensional, como na FIGURA 1:

$$\vec{V}_1 = (-2, -1),$$

$$\vec{V}_2 = (-2, -3),$$

$$\vec{V}_3 = (3, -2),$$

e escolhamos o sistema de coordenadas solidário com o centro da caixa (isto é, a origem deste sistema está centrada na caixa).

$$A_1 = (-5, 2),$$

$$A_2 = (-2, -3),$$

$$A_3 = (5, -1).$$

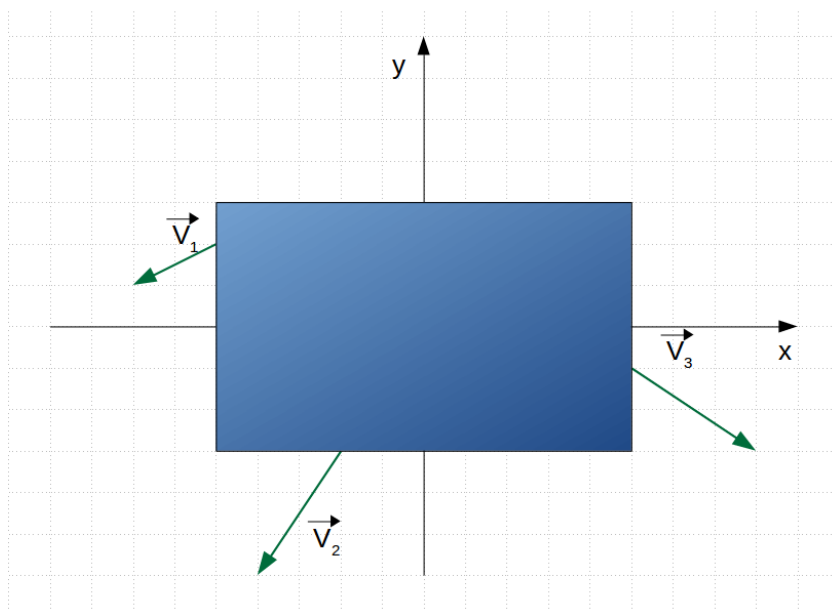


FIGURA 1. Sistema de três vetores deslizantes aplicados a uma caixa.

Deste modo, um dos pontos de cada uma das suas linhas de ação, que permitem a definição da equação vetorial da reta associada, podem ser escolhidos de modo que os vetores apareçam aplicados nas fronteiras da caixa, embora os seus efeitos físicos sejam iguais independentemente do ponto de aplicação ao longo das suas linhas suporte respetivas:

Agora, vamos construir uma figura auxiliar, o polígono de forças, começando com o vetor \vec{V}_1 , e colocando na sua extremidade final a extremidade inicial/origem do vetor \vec{V}_2 , e colocando na extremidade final deste a extremidade origem do vetor \vec{V}_3 . De seguida, desenhemos o vetor que é a soma vetorial do sistema, $\vec{R} = (-1, -6)$. Escolhemos aleatoriamente um ponto do espaço, H , e desenhemos as linhas que vão deste às extremidades da construção gráfica da FIGURA 2.

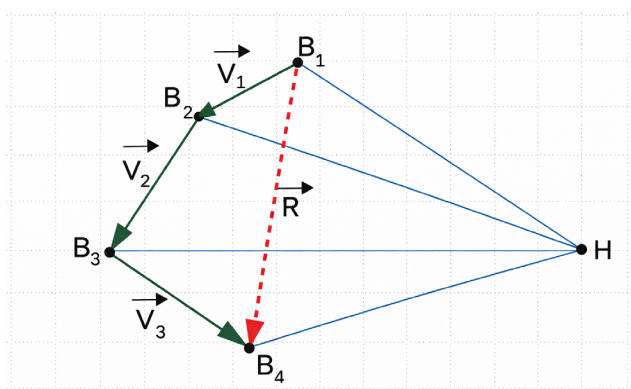


FIGURA 2. Polígono de forças do sistema de três vetores em análise, onde H é um ponto arbitrário no espaço.

De modo a determinar o eixo central, ao longo do qual o vetor resultante desliza, desenhemos uma linha paralela ao segmento de reta $[B_1, H]$ passando por um ponto da linha de ação de \vec{V}_1 , e uma linha paralela a $[B_2, H]$ passando pelo mesmo ponto de modo que cruze a linha de ação de \vec{V}_2 , tal como na FIGURA 3 A). Neste ponto, desenhemos uma linha paralela a $[B_3, H]$ até que intersete a linha de suporte do vetor \vec{V}_3 tal como na FIGURA 3 B). Finalmente, desenhemos uma linha paralela a $[B_4, H]$ até que esta intersete a linha paralela a $[B_1, H]$ inicialmente traçada, como na FIGURA 3 C). Este ponto de interseção é um ponto do eixo central. Agora, colocamos a linha de ação do vetor resultante passando por este ponto e desenhemos o vetor principal ao longo do eixo central, tal como na FIGURA 3 D).

O polígono funicular é a construção geométrica da FIGURA 3 D). Adicionalmente, a linha funicular é a linha flexível e inextensível que se obteria ao fazer passar por um ponto da linha paralela a $[B_1, H]$, que chamaremos T_1 , e terminar num ponto da linha paralela a $[B_4, H]$, que chamaremos T_2 , tendo vértices em A_1, A_2 e A_3 .

Também podemos encontrar o eixo central por via analítica. O vetor momento relativamente à origem do eixo é dado por:

$$\vec{M}_O := \sum_{i=1}^N A_i \vec{r}_i - O \times \vec{V}_i,$$

peço que neste caso, fica:

$$\vec{M}_O = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -5 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & -3 & 0 \\ -2 & -3 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix} = (0, 0, 2).$$

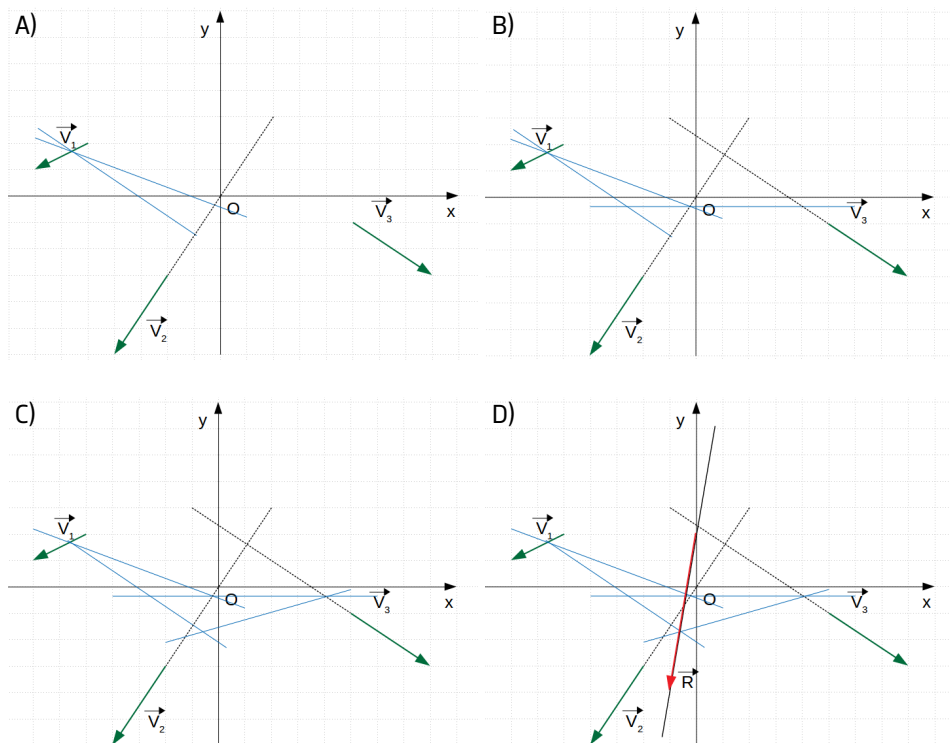


FIGURA 3. Construção gráfica do eixo central recorrendo ao método do polígono funicular. A) Traçar duas linhas paralelas a e a intersectando num ponto aleatório da linha de ação do vetor . B) Intersectar com a linha de ação de e traçar a linha paralela a passando por esse ponto de interseção. C) Traçar linha paralelas a e fazê-la passar pelo ponto de interseção entre a linha de ação de e a linha paralela a . D) No ponto de interseção entre as linhas e, traçar a linha paralela ao vetor resultante, o eixo central.

O invariante escalar é obviamente nulo, $I = \vec{R} \cdot \vec{M}_O = 0$, uma vez que o vetor resultante e o vetor momento são ortogonais entre si. Assim, a equação do eixo central é dada pela teoria dos vetores deslizantes:

$$\vec{M}_O + O - O' \times \vec{R} = \frac{I}{R^2} \vec{R},$$

peço que neste sistema de três vetores fica:

$$(0,0,0) = (0,0,2) + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0-x & 0-y & 0-z \\ -1 & -6 & 0 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \\ y = 6x + 2 \end{cases}$$

É imediato verificar que esta linha é paralela ao vetor resultante e é a mesma determinada pelo método do polígono funicular. Notamos aqui que este método pode ser utilizado para situações muito mais complexas que a que foi explorada, e em alguns casos ser mais simples que o método analítico.

REFERÊNCIAS

- ¹ VARIGNON, P., *Nouvelle mécanique ou statique: dont le projet fut donné en MDCLXXXVII*, (Vol. 2), chez Claude Jombert. 1725.
- ² MARKOU, A. A. & RUAN, G., *Graphic statics: projective funicular polygon*, Structures, 41, 1390-1396. 2022.
- ³ CIBLAC, T., *Space funicular polygons and their applications by Émile Foulon*, *History of Construction Cultures*, Seventh International Congress on Construction History, Lisbon (Online Event), Portugal. pp.263-270. 2021.