Corpo

António Monteiro
Universidade Lusíada de Lisboa

CITAÇÃO
Monteiro, A.(2014)
Corpo,
Rev. Ciência Elem., V2(04):261
doi.org/10.24927/rce2014.261

EDITOR
José Ferreira Gomes,
Universidade do Porto

RECEBIDO EM
21 de julho de 2011

ACEITE EM
03 de outubro de 2011

PUBLICADO EM
31 de dezembro de 2014

rce.casadasciencias.org

Seja K um conjunto qualquer, no qual estejam definidas duas operações binárias, denominadas "adição" e "multiplicação" e representadas pelos símbolos + e ×, respetivamente (sendo que, como é habitual, uma designação do tipo a×b é muitas vezes escrita abreviadamente apenas como ab).

Diz-se que K, com essas operações, constitui um corpo quando se verificam as seguintes propriedades:

1) Propriedades da adição
   - a) Propriedade comutativa: $\forall\alpha,\beta \in K: \alpha+\beta=\beta+\alpha$
   - b) Propriedade associativa: $\forall\alpha,\beta,\gamma \in K: (\alpha+\beta)+\gamma=\alpha+(\beta+\gamma)$
   - c) Existência de elemento neutro: $\exists 0 \in K: 0+\alpha=\alpha, \forall\alpha \in K$
   - d) Existência de simétricos: $\forall\alpha \in K, \exists -\alpha \in K: \alpha+(-\alpha)=0$

2) Propriedades da multiplicação
   - a) Propriedade comutativa: $\forall\alpha,\beta \in K: \alpha\beta=\beta\alpha$
   - b) Propriedade associativa: $\forall\alpha,\beta,\gamma \in K: (\alpha\beta)=\alpha(\beta\gamma)$
   - c) Existência de elemento neutro: $\exists 1 \in K_0$: $1\alpha=\alpha, \forall\alpha \in K$
   - d) Existência de inversos: $\forall_\alpha \in K_0, \exists\frac{1}{\alpha} \in K: \alpha\frac{1}{\alpha}=1$

3) Propriedade (distributiva) de ligação

$$\forall\alpha,\beta,\gamma \in K: (\alpha+\beta)\gamma=\alpha\gamma+\beta\gamma$$

Exemplos

Entre os exemplos mais usuais de corpos contam-se: o conjunto R, dos números reais, com as operações habituais de adição e multiplicação; o conjunto Q, dos números racionais, com as operações habituais; o conjunto C, dos números complexos, com as operações habituais. Quando se diz apenas "o corpo dos números reais" (resp.: números racionais, números complexos), subentende-se que se consideram as operações usuais.

Mas é possível definir muitos outros corpos. Assim, por exemplo, podemos construir um corpo no conjunto K={0,1,2}, definindo as operações de adição e multiplicação através das seguintes tabelas:

+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

x	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

A propriedade 2)c) da definição acima exige que um corpo tenha pelo menos dois elementos distintos. Mas mesmo com um conjunto apenas com dois elementos é possível construir um corpo: sendo K=[0,1], definimos as operações através das seguintes tabelas:

+	0	1
0	0	1
1	1	0

x	0	1
0	0	0
1	0	1